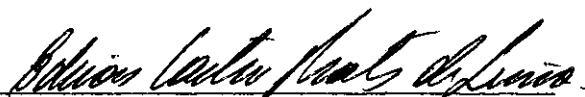


A TÉCNICA DA LINEARIZAÇÃO EQUIVALENTE NO CÁLCULO DA RESPOSTA PERMANENTE DE PLATAFORMAS MARITIMAS FIXAS

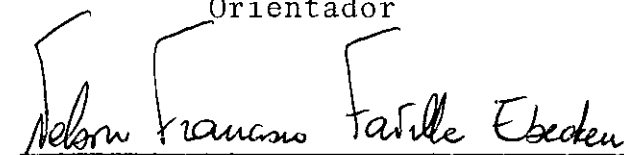
CELSO AYABE

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.SC.).

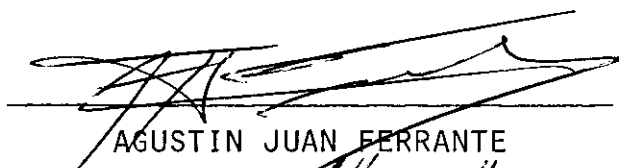
APROVADA POR:



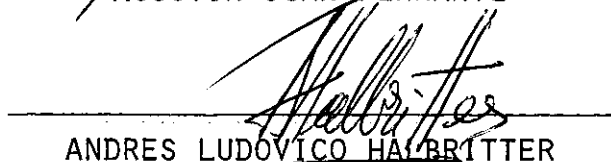
EDISON CASTRO PRATES DE LIMA
Orientador



NELSON FRANCISCO FAVILLA EBECKEN



AGUSTIN JUAN FERRANTE



ANDRES LUDOVICO HALBRITTER

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JULHO DE 1983

AYABE, CELSO

A Técnica da Linearização Equivalente no Cálculo da Resposta Permanente de Plataformas Marítimas Fixas [Rio de Janeiro] 1983.

VII, 90p. 29,7cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1983)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia

I. Plataformas Marítimas Fixas I. COPPE/
UFRJ II. Título(série)

A meus pais

A minha esposa

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Edison Castro Prates de Lima pela orientação e estímulo em todas as etapas deste trabalho.

Aos Engenheiros Sergio R.C. Mueller e Renato Gazzola F. Andrade pelo incentivo à Pós-Graduação.

Ao Engenheiro Júlio Ribeiro e ao Analista Francisco de Assis Moreira pela colaboração e amizade dispensadas.

Aos Professores Gilberto Ellwanger, Luiz Landau e Nelson Francisco Favilla Ebecken pelos apoios recebidos.

A Helena Santos de Oliveira e a Aldemir Bonfim dos Santos pela esmerada confecção gráfica deste trabalho.

SUMÁRIO

A finalidade deste trabalho é apresentar a técnica da linearização equivalente assim como analisar tal aproximação na obtenção da resposta permanente de plataformas marítimas fixas, sob cargas cíclicas.

A linearização é aplicada à não linearidade localizada proveniente da interação solo estrutura, de tal forma que o sistema dinâmico não linear é substituído por um outro equivalente linear. Por conseguinte, a resposta permanente da estrutura pode ser determinada através de uma análise dinâmica no domínio da frequência.

A viabilidade da técnica da linearização equivalente é investigada por meio de alguns exemplos numéricos de interação solo estrutura nos quais, são apresentadas comparações entre a solução aproximada e a solução não linear no domínio do tempo.

ABSTRACT

The purpose of this work is to present the equivalent linearization technique as well as to analyse such approximation in order to obtain the steady state response of fixed offshore platforms under cyclic loads.

The linearization is applied to local non linearity arising from hysteretic soil structure interaction in such a manner that the non linear dynamic system is replaced by an equivalent linear one. Therefore the steady state response of the structure can be determined from a frequency domain analysis.

The technique feasibility is investigated by means of some numerical soil structure interaction problems and comparisons between the approximate solution and non linear time domain solution are presented.

INDICE

I	- INTRODUÇÃO	1
II	- EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO - SOLUÇÃO NO DO MÍNIO DA FREQUÊNCIA	4
	2.1 - Introdução	4
	2.2 - Instituição das Equações Diferenciais do Mo- vimento	4
	2.3 - Métodos de Solução	8
	2.4 - Vibrações Livres - Método de Iteração por Sub-Espaço	10
	2.5 - A Técnica da Superposição Modal	15
	2.6 - Método da Resposta em Frequência	20
	2.7 - O Problema do Amortecimento	21
III	- A TÉCNICA DA LINEARIZAÇÃO EQUIVALENTE	25
	3.1 - Introdução	25
	3.2 - Técnica da Minimização do Erro Médio	26
	3.3 - Aplicação da Técnica da Minimização do Erro Médio a Molas Não Lineares	34
	3.4 - Método Geométrico	39
IV	- EXEMPLOS	42
	4.1 - Introdução	42
	4.2 - Exemplo 1	45
	4.3 - Exemplo 2	51
	4.4 - Exemplo 3	53
	4.5 - Exemplo 4	70
	4.6 - Exemplo 5	73
	4.7 - Fluxograma do Programa FREMOD	83

V	- CONCLUSÕES	85
VI	- BIBLIOGRAFIA	88

I - INTRODUÇÃO

A responsabilidade que recai sobre as pessoas participantes nas diversas fases do projeto e operação de plataformas marítimas é considerável devido ao elevado índice de periculosidade que ocorre em serviços offshore, como também, aos altos custos envolvidos. Um ponto importante para o engenheiro de projeto estrutural é a determinação adequada de modelos que representem corretamente o fenômeno físico, porém, levando em consideração as limitações da prática, isto é, as simplificações que possam ser utilizadas para tornar possível e econômica a solução do problema sem comprometer a qualidade dos resultados.

As plataformas fixas marítimas, de aço, do tipo "template", podem ser subdivididas em três corpos principais:

- a) a jaqueta, uma estrutura tubular que serve de guia para a cravação das estacas e de contraventamento lateral das mesmas.
- b) o convês, onde se situam os equipamentos de operação.
- c) as estacas, que são cravadas no solo e que devem resistir aos esforços horizontais e verticais provenientes do convês e da jaqueta.

O solo, que apresenta um complexo comportamento não linear, pode ser modelado numericamente com diversos níveis de sofisticação. Geralmente, a interação solo-estrutura é representada por meio de molas não-lineares e amortecedores.

Em pequenas profundidades, as plataformas são normalmente bastante rígidas, sendo desprezíveis os efeitos dinâmicos e tornando suficiente apenas uma análise estática.

Neste caso, as ações devido às ondas podem ser

adequadamente representadas por ações estáticas equivalentes e o comportamento não linear do solo pode ser considerado na análise sem onerar excessivamente os cálculos.

Para maiores profundidades, entretanto, o período natural das plataformas aumenta e as forças de inércia podem se tornar significativas. Neste caso, será necessário efetuar uma análise dinâmica para considerar os efeitos inerciais e de amortecimento.

O comportamento dinâmico pode ser avaliado aplicando diversos procedimentos de análise. A escolha apropriada do método de análise dependerá da natureza do problema específico, do tipo de resultado desejado, do recurso computacional disponível, etc. Os métodos de análise dinâmica podem ser subdivididos em dois grupos principais, quanto ao domínio de integração das equações diferenciais do movimento: domínio no tempo e domínio na frequência.

No projeto estrutural de uma plataforma marítima pode se considerar duas situações distintas:

- a primeira, consiste na verificação dos esforços máximos que a estrutura pode suportar. Neste caso, previne-se a uma falha do sistema estrutural devido à aplicação de solicitações extremas.
- a segunda, consiste na verificação da vida útil da estrutura. Neste caso, procura-se evitar uma falha devido à fadiga do material.

A fadiga de um material ocorre devido ao dano acumulado proveniente de cada flutuação de tensão ao longo do tempo. Desse modo, a análise de fadiga dependerá da história completa das tensões ao longo da vida útil de projeto, isto é, se torna

necessário estudar o comportamento estrutural para diversas combinações de carregamentos, tanto de intensidade como de direções. Isto pode requerer um excessivo esforço com métodos de integração das equações diferenciais do movimento no domínio do tempo. Neste caso, é aconselhável trabalhar no domínio da frequência. Entretanto, a análise no domínio da frequência requer um comportamento linear e, portanto, torna-se necessário o emprego de técnica de linearização equivalente para todas as não-linearidades envolvidas no sistema estrutural considerado. É evidente, entretanto, que a linearização equivalente será apenas uma aproximação visto que os parâmetros não-lineares de rigidez e amortecimento são funções do deslocamento. O sucesso do modelo linear equivalente, portanto, dependerá do tipo do problema e do nível de não-linearidade presente.

Vários autores já empregaram os procedimentos de linearização equivalente no tratamento dos sistemas não-lineares. Caughey¹⁰ considerou sistemas histeréticos bi-lineares e Jennings⁸ apresentou um estudo comparativo para sistemas elastoplásticos. Iwan⁶ generalizou o conceito de linearização equivalente para sistemas não-lineares com múltiplos graus de liberdade.

O presente trabalho visa apresentar o conceito da técnica da linearização equivalente e analisar a sua aplicabilidade no tratamento da não linearidade envolvida na interação solo-estrutura de plataformas fixas marítimas, do tipo template, para fins de análise dinâmica no domínio da frequência.

II - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO - SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento das equações diferenciais do movimento, em forma matricial, utilizando o princípio dos trabalhos virtuais e o método dos elementos finitos como ferramenta de discretização do meio contínuo.

A seguir, serão abordados o método da resposta em frequência e a técnica da superposição modal para solução das equações diferenciais obtidas.

Serão abordados ainda alguns tópicos a respeito do amortecimento.

2.2 - INSTITUIÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO

A formulação das equações diferenciais do movimento será efetuada utilizando o princípio dos trabalhos virtuais e o método dos elementos finitos como ferramenta de discretização do meio contínuo.

Seja um corpo deformável em equilíbrio dinâmico. Se em um determinado instante, se considerar deslocamentos virtuais a partir da posição de equilíbrio, o princípio dos trabalhos virtuais afirma que a soma dos trabalhos virtuais das forças externas é igual ao trabalho interno do campo de tensões sobre o campo de deformações específicas virtuais. Esse princípio pode ser expresso por:

$$\int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_v dv + \int_S \delta \underline{u}^t \underline{f}_s ds + \int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_a dv + \int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_i dv +$$

$$\sum \delta u_i p_i = \int_V \delta \underline{\epsilon}^t \underline{\sigma} dv \quad (2.2.1)$$

onde:

- o termo \tilde{a} esquerda representa o trabalho virtual externo e o termo \tilde{a} direita o trabalho virtual interno.
- S representa a superfície do corpo
- V , o volume do corpo
- \underline{u} , o vetor deslocamento
- \underline{f}_v , o vetor das forças de campo
- \underline{f}_s , o vetor das forças de superfície
- \underline{f}_a , o vetor das forças de amortecimento viscoso, que podem ser expressas por $\underline{f}_a = - \mu \dot{\underline{u}}$, sendo μ o amortecimento específico
- \underline{f}_i , o vetor das forças de inércia e que pelo princípio de D'Alembert são dadas por $\underline{f}_i = - \rho \ddot{\underline{u}}$, onde ρ é a massa específica
- p_i , forças concentradas na direção de deslocamentos u_i
- $\underline{\epsilon}$, o vetor deformação específica
- $\underline{\sigma}$, o vetor tensão
- o símbolo δ indica o caráter virtual do deslocamento e deformações ($\delta \underline{u}$ e $\delta \underline{\epsilon}$). Os deslocamentos virtuais são infinitesimais e arbitrários mas devem satisfazer as condições de contorno do corpo.

Para aplicar o método dos elementos finitos, supõe-se que o corpo seja dividido em um número de regiões denomi-

nados elementos finitos ou, simplesmente elementos.

Define-se um número de pontos em cada elemento de nominados n_{os}. As variáveis que atuam em cada ponto do elemento podem então ser expressas em termos de parâmetros nodais de funções de interpolação. Coloca-se portanto os deslocamentos e deformações específicas em função de deslocamentos nodais, através das seguintes expressões:

$$\underline{u}^e = \underline{N} \underline{U}^e \quad (2.2.2)$$

$$\underline{\varepsilon}^e = \underline{B} \underline{U}^e \quad (2.2.3)$$

onde:

\underline{u}^e representa o vetor deslocamento de um ponto do elemento e

\underline{U}^e o vetor deslocamentos nodais do elemento e

$\underline{\varepsilon}^e$ o vetor deformação de um ponto do elemento e

\underline{N} a matriz de interpolação, função das coordenadas do ponto

\underline{B} a matriz relação deformação-deslocamento nodais para um ponto do elemento e, função das coordenadas do ponto

Aplica-se então o princípio dos trabalhos virtuais a cada elemento e, de modo que se obtém:

$$\sum_{N_e} \delta \underline{U}^{e^t} \left(\int_{V_e} \underline{N}^t \underline{f}_v dv + \int_{S_e} \underline{N}^T \underline{f}_s ds - \int_{V_e} \mu_e \underline{N}^t \underline{N} dv \dot{\underline{U}}^e - \int_{V_e} \rho_e \underline{N}^t \underline{N} dv \ddot{\underline{U}}^e + \underline{p}_e \right) = \sum_{N_e} \delta \underline{U}^{e^t} \left(\int_{V_e} \underline{B}^t \underline{D} \underline{B} dv \underline{U}^e \right) \quad (2.2.4)$$

onde:

\sum_{N_e} representa o somatório extendido a todos os elementos

V_e o volume do elemento e

S_e a superfície do elemento e

\underline{D} a matriz das relações constitutivas

ρ_e a massa específica do elemento e

μ_e o amortecimento específico do elemento e

Como as variações $\delta \underline{U}^e$ são arbitrárias, resulta o seguinte sistema matricial de equações diferenciais de movimento do corpo, cujo domínio foi discretizado pelo método dos elementos finitos:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{U}}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{U}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{F}} \quad (2.2.5)$$

onde:

$$\underline{\underline{M}} = \sum_{N_e} \int_{V_e} \rho_e \underline{\underline{N}}^t \underline{\underline{N}} dv$$

$$\underline{\underline{C}} = \sum_{N_e} \int_{V_e} \mu_e \underline{\underline{N}}^t \underline{\underline{N}} dv$$

$$\underline{\underline{K}} = \sum_{N_e} \int_{V_e} \underline{\underline{B}}^t \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} dv$$

$$\underline{\underline{F}} = \sum_{N_e} \left(\int_{V_e} \underline{\underline{N}}^t \underline{\underline{f}}_v dv + \int_{S_e} \underline{\underline{N}}^t \underline{\underline{f}}_s ds + p_e \right)$$

\underline{U} = vetor deslocamentos nodais da malha de elementos em que foi dividido o corpo

Pelo estudo da equação (2.2.5) pode-se observar que o primeiro passo, na análise dinâmica de uma estrutura pelo método dos elementos finitos, consiste na divisão do contínuo em uma malha apropriada de elementos, definindo os pontos nodais e os deslocamentos que representam os graus de liberdade da mesma.

Para assegurar a convergência dos resultados a serem obtidos em uma solução analítica, as funções de interpolação devem satisfazer determinados critérios de continuidade e completude². A observância destes critérios garantem a convergência quando o tamanho dos elementos tende a zero devido as sucessivas subdivisões da malha.

2.3 - MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Basicamente, as equações diferenciais de movimento podem ser resolvidas por dois métodos básicos:

- 1 - método de integração passo a passo das equações no domínio do tempo.
- 2 - método de solução das equações no domínio da frequência.

O método de integração passo a passo no domínio do tempo é de aplicação bastante geral, tanto no que se refere às características da estrutura como para o tipo de carregamento. Em certos casos de comportamento fortemente não linear ele poderá se constituir na única alternativa de solução. Porém, um inconveniente desse método é a necessidade de efetuar uma integração passo a passo ao longo do tempo com utilização de um intervalo

lo de tempo de integração relativamente pequeno para obter convergência e precisão desejada. Consequentemente, o esforço computacional pode se tornar considerável nos transientes de longa duração.

Quando a excitação for de natureza periódica, o método de solução no domínio da frequência aparece como uma alternativa bastante atrativa. Este método permite obter diretamente a resposta permanente de uma estrutura sob a ação de uma carga periódica. Entretanto, para a sua aplicação é necessário que o sistema de equações seja linear.

Na análise estrutural de plataformas offshore fixas, a maior parte da não linearidade fica geralmente restrita apenas a uma pequena camada do solo perto do leito marinho enquanto que a maior parte do sistema permanece com comportamento linear. Em outras palavras, significa que, geralmente, a análise da interação solo-estrutura de plataformas fixas de petróleo se apresenta como um problema de não-linearidade física localizada. Neste caso, é razoável esperar que se possa obter bons resultados com emprego de técnicas de linearização. Uma vez, linearizado o problema, pode-se então, fazer uso do método da resposta em frequência.

Em ambos os métodos descritos anteriormente, pode ser eficiente a aplicação conjunta da técnica da superposição modal a fim de se reduzir o esforço de solução das equações. Esta técnica consiste basicamente em uma transformação de coordenadas, utilizando para tal uma matriz de transformação obtida da análise dos modos livres de vibração da estrutura, sem amortecimento. Quando não é aplicado a técnica da superposição modal a solução é obtida diretamente do sistema de equações diferenciais do movi-

mento sem efetuar nenhuma transformação prévia de coordenadas.

2.4 - VIBRAÇÕES LIVRES - MÉTODO DE ITERAÇÃO POR SUB-ESPAÇO

Como foi anteriormente mencionado, para se utilizar a técnica de superposição modal se torna necessário resolver o problema de vibrações livres, sem amortecimento.

As vibrações livres são os movimentos vibratórios do sistema estrutural sem a aplicação de forças externas e que são oriundos de condições iniciais em termos de deslocamentos e velocidades.

As equações de movimento para o problema de vibrações livres, sem amortecimento, podem ser obtidas da equação (2.2.5), fazendo-se $\underline{\ddot{F}} = \underline{0}$ e $\underline{\dot{C}} = \underline{0}$:

$$\underline{M} \underline{\ddot{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{0} \quad (2.4.1)$$

Para esse tipo de sistema de equações diferenciais pode se propor soluções do tipo:

$$\underline{U} = \underline{\phi} (\cos \omega t + \theta) \quad (2.4.2)$$

onde ω representa uma frequência natural de oscilação, $\underline{\phi}$ um vetor formado pelas amplitudes máximas dos deslocamentos e θ um ângulo de fase.

Substituindo (2.4.2) em (2.4.1) obtemos:

$$\underline{K} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{M} \underline{\phi} \quad (2.4.3)$$

Esta equação representa um problema de autovalor

e a sua solução fornecerá n pares $(\omega_i^2, \underline{\phi}_i)$. Os vetores $\underline{\phi}_i$ são chamados de autovetores e os termos ω_i^2 de autovalores.

Pode-se mostrar que para matriz de massa e de rigidez reais, simétricas e positivo definidas os autovalores são todos reais e positivos. Observa-se também, na equação (2.4.3), que um autovetor está definido a menos de um múltiplo de si mesmo. Entretanto, como será visto no item seguinte, é conveniente que os autovetores sejam normalizados em relação à matriz de massa, ou seja, que satisfaçam a seguinte relação:

$$\underline{\phi}_i^t \underline{M} \underline{\phi}_i = 1 \quad (2.4.4)$$

Contudo, deve-se observar que os autovetores ainda permanecem definidos a menos de um multiplicador igual a -1 .

Uma propriedade importante dos autovetores é a ortogonalidade dos mesmos em relação à matriz de massa e à matriz de rigidez, demonstrado a seguir.

Os n autovetores $\underline{\phi}_i$ podem ser reunidos na matriz modal $\underline{\Phi}$ e os correspondentes autovalores ω_i^2 na matriz diagonal $\underline{\Lambda}$, resultando:

$$\underline{\Phi} = [\underline{\phi}_1 \ \underline{\phi}_2 \ \cdots \ \underline{\phi}_n] \quad (2.4.5)$$

$$\underline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

As n equações (2.4.3) podem ser escritas como

$$\underline{K} \underline{\Phi} = \underline{M} \underline{\Phi} \underline{\Lambda} \quad (2.4.7)$$

Pré-multiplicando ambos os lados de (2.4.7), por $\underline{\Phi}^t$ obtemos:

$$\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} = \underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} \underline{\Lambda} \quad (2.4.8)$$

Como \underline{K} e \underline{M} são simétricas, então $\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi}$ e $\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi}$ também são simétricas. Pela análise da equação (2.4.8) observa-se que $\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} \underline{\Lambda}$ só será simétrica se $\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi}$ for uma matriz diagonal. Em consequência $\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi}$ também é diagonal. Portanto, se os autovetores forem ainda normalizados em relação à matriz de massa, as seguintes relações poderão ser escritas:

$$\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} = \underline{\Lambda} \quad (2.4.9)$$

$$\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} = \underline{I} \quad (2.4.10)$$

onde \underline{I} é a matriz identidade.

Em consequência da ortogonalidade, os autovetores são linearmente independentes e podem constituir uma base no espaço vetorial de definição de \underline{K} e \underline{M} . Esta importante propriedade é o fundamento principal utilizado na técnica da superposição modal.

Para a determinação das frequências naturais e dos modos de vibração de estruturas que ocorrem na prática foi necessário o desenvolvimento de métodos eficientes para tal. O pre-

sente trabalho adota o método de iteração por sub-espacos, que foi desenvolvido por Bathe² e que é um dos métodos mais eficientes para operar em sistemas com grande número de equações.

O método de iteração por sub-espacos utiliza a iteração inversa simultânea associada ao método de Rayleigh-Ritz² iniciando o ciclo iterativo a partir de um conjunto de "p" vetores de partida convenientemente gerados ou já disponíveis de análises anteriores.

A idéia fundamental do método de iteração por sub-espaco consiste no fato de que os autovetores formam uma base M-ortogonal do subespaco de dimensão "p" dos operadores \underline{K} e \underline{M} , denominado E_{∞} . Cada ciclo iterativo da solução com os "p" vetores de iteração pode ser pensado como a iteração do subespaco gerado pelos mesmos.

No início do ciclo iterativo os vetores expandem o subespaco E_1 . A iteração deverá continuar até E_1 convergir para E_{∞} . Portanto, o método procura obter a convergência do subespaco e não a convergência individual de cada vetor de iteração para o seu correspondente autovetor.

O método de iteração por subespaco inclui, consequentemente, as etapas a seguir.

Inicialmente, define-se a matriz \underline{X}_1 dos vetores de partida. A seguir, a cada ciclo iterativo passa-se do subespaco E_k para o subespaco E_{k+1} , $k = 1, 2, \dots$, efetuando-se uma iteração inversa simultânea:

$$\underline{K} \underline{\bar{X}}_{k+1} = \underline{M} \underline{X}_k \quad (2.4.11)$$

A pesquisa da convergência do subespaço E_{k+1} é feita com o auxílio do método de Rayleigh-Ritz². Para isto, projeta-se inicialmente os operadores \underline{K} e \underline{M} no subespaço E_{k+1} :

$$\underline{K}_{k+1} = \bar{\underline{X}}_{k+1}^t \underline{K} \bar{\underline{X}}_{k+1} \quad (2.4.12)$$

$$\underline{M}_{k+1} = \bar{\underline{X}}_{k+1}^t \underline{M} \bar{\underline{X}}_{k+1} \quad (2.4.13)$$

A seguir, resolve-se o problema de autovalor, associado aos operadores projetados:

$$\underline{K}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} = \underline{M}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} \underline{\Lambda}_{k+1} \quad (2.4.14)$$

Finalmente determina-se a "melhor" base no subespaço E_{k+1} (a base mais próxima possível da base dos autovetores):

$$\underline{X}_{k+1} = \bar{\underline{X}}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} \quad (2.4.15)$$

O ciclo iterativo é repetido até obter-se a convergência:

$$\underline{\Lambda}_{k+1} \rightarrow \underline{\Lambda}, \quad \underline{X}_{k+1} \rightarrow \underline{\Phi}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.16)$$

A convergência será alcançada quando $k \rightarrow \infty$, desde que os vetores de \underline{X}_1 não sejam ortogonais aos autovetores requeridos em $\underline{\Phi}$.

2.5 - A TÉCNICA DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

A técnica de superposição modal consiste em efetuar uma transformação de coordenadas na equação (2.2.5) com o propósito de reduzir o esforço de solução.

Como será visto logo a seguir, é conveniente que a transformação seja efetuada através da matriz dos autovetores obtida do problema de vibrações livres, visto anteriormente. Seja então a transformação:

$$\underline{U} = \underline{\Phi} \underline{X} \quad (2.5.1)$$

Substituindo (2.5.1) em (2.2.5) e pré-multiplicando ambos os lados por $\underline{\Phi}^t$, obtemos:

$$\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{\underline{X}} + \underline{\Phi}^t \underline{C} \underline{\Phi} \dot{\underline{X}} + \underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} \underline{X} = \underline{\Phi}^t \underline{F} \quad (2.5.2)$$

Assume-se a hipótese de que a matriz \underline{C} seja ortogonal aos autovetores:

$$\{\underline{\phi}_i\}^T \underline{C} \{\underline{\phi}_j\} = \begin{cases} 2 \omega_i \beta_i & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.5.3)$$

onde β_i é chamado de fração de amortecimento crítico associado ao modo i . Os termos $2 \omega_i \beta_i$ podem ser reunidos na matriz diagonal $\underline{\theta}$, resultando:

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} 2 \omega_1 \beta_1 & & & \\ & 2 \omega_2 \beta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2 \omega_n \beta_n \end{bmatrix} \quad (2.5.4)$$

Utilizando as propriedades (2.4.9) e (2.4.10) dos autovetores, obtem-se o seguinte sistema de equações:

$$\ddot{\underline{X}} + \underline{\theta} \dot{\underline{X}} + \underline{\Lambda} \underline{X} = \underline{\Phi}^t \underline{F} \quad (2.5.5)$$

Pode-se observar que este sistema de equações é desacoplado e desse modo verifica-se a conveniência de se utilizar uma transformação modal.

A matriz $\underline{\Phi}$ pode ser decomposta em duas submatrizes:

$$\underline{\Phi} = [\underline{\Phi}_p \quad \underline{\Phi}_s] \quad (2.5.6)$$

onde:

$\underline{\Phi}_p$ contém os p primeiros modos

$\underline{\Phi}_s$ contém os $(n-p)$ modos restantes

Então, o vetor deslocamento passa a ser representado por:

$$\underline{U} = \underline{\Phi}_p \underline{X}_p + \underline{\Phi}_s \underline{X}_s \quad (2.5.7)$$

Se na transformação de coordenadas utilizar-se

apenas os p primeiros modos, ou seja, assumir $\underline{U} = \underline{\Phi}_p \underline{X}_p$, então o sistema fica reduzido a p equações desacopladas:

$$\ddot{\underline{X}}_p + \underline{\Theta}_p \dot{\underline{X}}_p + \underline{\Lambda}_p \underline{X}_p = \underline{\Phi}_p^t \underline{F} \quad (2.5.8)$$

Pela análise anterior, vê-se que o método de superposição modal torna-se particularmente eficiente, quando a resposta puder ser satisfatoriamente representada com o uso de poucos modos de vibração ($p \ll n$) pois neste caso bastará somente a obtenção dos primeiros autovalores e autovetores do sistema de equações, o que representa uma sensível economia de esforço computacional.

Felizmente, esse é o caso mais frequente na análise de estrutura de plataformas fixas. Neste tipo de problema, a principal fonte, que são as ondas do mar, excita normalmente apenas os primeiros modos de vibração.

Dependendo da natureza do problema poderá ocorrer que o número de modos necessários para representar o comportamento estrutural do problema se torne muito elevado, diminuindo assim a vantagem do método de superposição modal.

Neste caso, ao invés de se aumentar demasiadamente o número de modos pode-se recorrer à técnica de correção estática dos modos superiores que será explicada a seguir.

As cargas atuantes em uma estrutura de plataforma fixa são resistidas por forças elásticas, forças de amortecimento e forças de inércia. Quando as forças de amortecimento e as forças de inércia são desprezíveis face às forças elásticas pode-se efetuar apenas uma análise estática da estrutura. Na análise dinâmica, as forças de inércia e de amortecimento podem ser

significativas apenas para os modos inferiores e neste caso, a parcela de carga dos modos superiores é resistida preponderantemente pelas forças elásticas. É razoável, então, fazer-se apenas uma análise estática para a parcela de carga dos modos superiores. Baseada na aproximação acima, pode-se efetuar uma correção dos modos superiores, embora apenas os primeiros modos tenham sido calculados. Esta é a idéia básica da aplicação da correção estática, que foi introduzida por Maddox¹⁸ em 1974 e discutida posteriormente por Hansteen e Bell¹⁷ e por Clough e Wilson¹⁹.

O deslocamento total \underline{U} será dado por:

$$\underline{U} = \underline{U}_p + \underline{U}_s \quad (2.5.9)$$

onde:

\underline{U}_p representa o deslocamento obtido da análise dinâmica com os p primeiros modos

\underline{U}_s representa o deslocamento corretivo que será obtido através da correção estática dos modos superiores

O vetor de carga, em coordenadas modais é dado por:

$$\underline{R} = \underline{\Phi}^t \underline{F} \quad (2.5.10)$$

Pré-multiplicando esta por $(\underline{\Phi}^t)^{-1}$, obtem-se:

$$(\underline{\Phi}^t)^{-1} \underline{R} = \underline{F} \quad (2.5.11)$$

Pré-multiplicando a equação (2.4.10) por $(\underline{\Phi}^t)^{-1}$, obtem-se:

$$(\underline{\Phi}^t)^{-1} = \underline{M} \underline{\Phi} \quad (2.5.12)$$

Substituindo (2.5.12) em (2.5.11), chega-se a:

$$\underline{F} = \underline{M} \underline{\Phi} \underline{R} \quad (2.5.13)$$

Utilizando-se apenas os p primeiros modos, o vetor de carga será dado por:

$$\underline{F}_p = \underline{M} \underline{\Phi}_p \underline{R}_p = \underline{M} \underline{\Phi}_p \underline{\Phi}_p^t \underline{F} \quad (2.5.14)$$

A parcela de carga não considerada na análise modal é dada por:

$$\underline{F}_s = \underline{F} - \underline{F}_p \quad (2.5.15)$$

Portanto, \underline{F}_s pode ser expresso apenas em função dos primeiros autovetores:

$$\underline{F}_s = \underline{F} - \underline{M} \underline{\Phi}_p \underline{\Phi}_p^t \underline{F} \quad (2.5.16)$$

Ao se fazer uma análise estática da estrutura para esta parcela de carga desprezada, obtém-se a correção desejada:

$$\underline{U}_s = \underline{K}^{-1} \underline{F}_s \quad (2.5.17)$$

O método da correção estática se torna particularmente importante no caso de cálculo dos esforços nos elementos

visto que a convergência destes é mais lenta que a dos deslocamentos.

2.6 - MÉTODO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Para o caso de solicitações periódicas, pode-se obter diretamente a resposta permanente através do método da resposta em frequência. Este método se baseia no fato de que os sistemas lineares tem a propriedade de, ao serem solicitados por uma solicitação harmônica de frequência Ω , produzirem um movimento harmônico de mesma frequência.

Seja o vetor de forças de excitação dado pela parte real de $\underline{F}(t) = \underline{F}_0 e^{i\Omega t}$, sendo \underline{F}_0 um vetor de amplitudes complexas. Então a resposta da estrutura para essa excitação pode ser representada pela parte real de $\underline{U}(t) = \underline{U}_0 e^{i\Omega t}$ onde \underline{U}_0 é também um vetor de amplitudes complexas. Substituindo-se $\underline{U}(t)$ em (2.2.5) obtem-se a seguinte equação:

$$[-\Omega^2 \underline{M} + i\Omega \underline{C} + \underline{K}] \underline{U}_0 = \underline{F}_0 \quad (2.6.1)$$

e então

$$\underline{U}_0 = \underline{H} \underline{F}_0$$

onde

$$\underline{H} = [-\Omega^2 \underline{M} + i\Omega \underline{C} + \underline{K}]^{-1}$$

Utilizando a técnica de superposição modal, com a transformação de coordenadas $\underline{U} = \underline{\Phi} \underline{X}$, obtém-se o seguinte con-

junto de equações desacopladas:

$$[-\Omega^2 \underline{I} + i\Omega \underline{\theta} + \underline{\Lambda}] \underline{X}_0 = \underline{\Phi}^t \underline{F}_0 \quad (2.6.2)$$

e então:

$$\underline{X}_0 = \underline{H}_0 \underline{\Phi}^t \underline{F}_0$$

onde:

$$\underline{H}_0 = [-\Omega^2 \underline{I} + i\Omega \underline{\theta} + \underline{\Lambda}]^{-1}$$

O vetor \underline{U}_0 é obtido através de

$$\underline{U}_0 = \underline{\Phi} \underline{X}_0$$

2.7 - O PROBLEMA DO AMORTECIMENTO

A formulação da matriz de amortecimento apresenta do na equação (2.2.5) depende do amortecimento específico μ , associado a cada elemento. Porém esse parâmetro é muito difícil ou mesmo impossível de ser avaliado, visto que o amortecimento atuante em uma estrutura real é resultado de uma série de diferentes e complexos mecanismos de perda de energia. Consequentemente, o amortecimento é geralmente expresso de forma global para toda a estrutura sendo expresso localmente apenas nas regiões do sistema estrutural onde possa ser avaliado.

Existem dois tipos básicos de amortecimento: o viscoso e o histerético. O amortecimento viscoso depende da velocidade do movimento ou da deformação, sendo função da frequên-

cia desse movimento do sistema. O amortecimento histerético envolve as perdas de energia dependentes apenas da magnitude do deslocamento ou deformação.

Em geral, o amortecimento em plataformas marítimas tem sido levado em conta, de maneira global, através do amortecimento viscoso expresso em percentagens de amortecimento crítico correspondente a cada modo de vibração e sendo estes valores obtidos através de comparação com estruturas semelhantes de modelos experimentais ou de recomendações de normas. No caso de se usar o método direto de integração das equações diferenciais, a matriz \underline{C} pode ser obtida a partir das percentagens de amortecimento crítico através do denominado amortecimento de Rayleigh¹⁴. Entretanto, a adoção de um certo tipo de amortecimento global a toda a estrutura pode ser questionável no caso de estruturas offshore, onde se tem dois meios com propriedades de amortecimento bem distintas: o solo marinho e o mar. Neste caso o amortecimento atuante na estrutura deverá ser obtido a partir das contribuições locais atribuídas a cada elemento estrutural. O caráter localizado de amortecimento pode ser considerado na análise dinâmica de duas maneiras distintas de acordo com o tipo de método utilizado para a integração das equações diferenciais do movimento: pode-se utilizar o amortecimento de Rayleigh quando for empregado o método de integração direta, ou o amortecimento modal ponderado quando for empregado o método modal. Neste trabalho, particularmente, é utilizado o último método.

O amortecimento modal ponderado, descrito por Rosset²⁴, é uma técnica que permite obter as frações modais de amortecimento crítico β_j quando são conhecidas as frações locais de amortecimento crítico β_j de elementos j e β_k de mo

las discretas k . O método consiste em fazer uma média ponderada das frações locais de amortecimento crítico, distribuindo-as para as frações modais, tomando um critério de ponderação baseado em energia de deformação, apresentado a seguir.

Seja um sistema estrutural, sem amortecimento, e sem a ação de cargas externas, vibrando de acordo com o modo estrutural i . Então, se $\underline{\phi}_i$ é o vetor deslocamento associado ao modo i e \underline{K} é a matriz de rigidez global da estrutura, a máxima energia de deformação do sistema, para esse modo de vibrar, será dada por:

$$E_i = \frac{1}{2} \underline{\phi}_i^t \underline{K} \underline{\phi}_i = \omega_i^2 \quad (2.7.1)$$

Se \underline{k}_j é a matriz de rigidez do elemento j e ϕ_{ij} é a porção do vetor $\underline{\phi}_i$ que envolve nós deste, a máxima energia de deformação do elemento pode ser dada por:

$$E_j = \frac{1}{2} \phi_{ij}^t \underline{k}_j \phi_{ij} \quad (2.7.2)$$

Se s_k é a rigidez de uma mola discreta atuando em um grau de liberdade k e ϕ_{ik} é o deslocamento do vetor $\underline{\phi}_i$ que corresponde a este grau de liberdade, a máxima energia de deformação da mola pode ser dada por:

$$E_k = \frac{1}{2} \phi_{ik} s_k \phi_{ik} \quad (2.7.3)$$

A máxima energia de deformação do sistema estrutural é igual a soma das máximas energias de deformação dos elementos e das molas discretas:

$$E_i = \sum_{j=1}^n E_j + \sum_{k=1}^m E_k \quad (2.7.4)$$

onde:

n é o número de elementos

m é o número de molas discretas

Efetuada a média ponderada das contribuições locais obtém-se a fração modal de amortecimento crítico do modo i :

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^n E_j \beta_j + \sum_{k=1}^m E_k \beta_k}{E_i} \quad (2.7.5)$$

e portanto:

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \beta_j + \sum_{k=1}^m \phi_{ik}^2 s_k \beta_k}{\omega_i^2} \quad (2.7.6)$$

Desse modo, é possível levar em consideração o caráter local do amortecimento no método de superposição modal.

III - A TÉCNICA DA LINEARIZAÇÃO EQUIVALENTE

3.1 - INTRODUÇÃO

A determinação da resposta permanente de um sistema não-linear através da técnica de linearização equivalente foi proposta pela primeira vez por Jacobsen, em 1930¹² e foi originalmente aplicada a um sistema de um grau de liberdade, com mola linear e amortecimento não-linear. O coeficiente de amortecimento equivalente foi determinado de maneira que o sistema não-linear e o sistema linear dissipassem a mesma quantidade de energia em cada ciclo. Este método deu excelentes resultados para quase todas as classes de funções de amortecimento encontrados na prática. Observa-se, porém, que os bons resultados obtidos deveu-se principalmente ao fato de que a frequência ressonante não depende da amplitude da resposta. Entretanto, se o sistema tiver um comportamento elastoplástico, a frequência ressonante se torna dependente da resposta do sistema podendo, em certos casos, a resposta do sistema não linear afastar-se significativamente da resposta do sistema linear equivalente, dependendo do caráter mais ou menos localizado das não-linearidades.

Neste trabalho é investigado a viabilidade do emprego do método da linearização equivalente na determinação da resposta de sistemas estruturais com não-linearidade física localizada sob a ação de cargas periódicas. Serão utilizados dois esquemas distintos de linearização. No primeiro, denominado de método de minimização do erro médio, os parâmetros de rigidez e amortecimento equivalentes são obtidos de forma a minimizar o erro médio entre o sistema não-linear e o sistema linear equivalente. No segundo, denominado de método geométrico, os pa

râmetros de rigidez e de amortecimento equivalentes são obtidos diretamente a partir do ciclo de histerese.

3.2 - TÉCNICA DA MINIMIZAÇÃO DO ERRO MÉDIO

O desenvolvimento apresentado a seguir é análogo à generalização para sistemas de n graus de liberdade proposto por Iwan⁶.

Seja um sistema de equações de movimento não lineares com n graus de liberdade expresso sob a forma:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{P}(\dot{\underline{U}}, \underline{U}) - \underline{F}(t) = \underline{0} \quad (3.2.1)$$

onde:

\underline{M} - é a matriz de massa

$\underline{P}(\dot{\underline{U}}, \underline{U})$ - o vetor de forças internas, função dos deslocamentos \underline{U} e velocidades $\dot{\underline{U}}$

$\underline{F}(t)$ - o vetor de forças externas aplicadas ao sistema

Supondo-se existir uma solução de (3.2.1), procura-se obter uma solução aproximada no regime permanente, através da construção de um sistema de equações lineares, equivalente a (3.2.1) do tipo:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} - \underline{F}(t) = \underline{0} \quad (3.2.2)$$

onde \underline{C} e \underline{K} são respectivamente as matrizes de amortecimento e rigidez a serem determinadas de tal forma que a solução de (3.2.2) forneça uma solução aproximada de (3.2.1).

Assume-se ainda que a solução do sistema linear

equivalente (3.2.2) seja um membro particular de uma classe de soluções D , tal que

$$\underline{U} = \underline{U}(\beta_i, t)$$

onde os parâmetros β_i identificam um membro particular de D .

Ao se aproximar o comportamento de um sistema não linear através de um sistema linear equivalente comete-se um erro $\underline{\varepsilon}$ que pode ser definido como o vetor diferença entre os sistemas, ou seja:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{P}(\dot{\underline{U}}, \underline{U}) - \underline{C} \dot{\underline{U}} - \underline{K} \underline{U} \quad (3.2.3)$$

As matrizes \underline{C} e \underline{K} serão obtidas de tal forma a minimizar o erro $\underline{\varepsilon}$, de acordo com:

$$E(\underline{\varepsilon}^t \cdot \underline{\varepsilon}) = \text{mínimo}, \quad \forall \underline{U} \in D \quad (3.2.4)$$

onde o operador $E(*)$ representa um operador médio no tempo. Portanto a minimização é obtida sobre uma média do quadrado da norma Euclidiana da diferença entre os dois sistemas de equações.

Outros critérios de minimização poderiam ser adotados, porém, de acordo com Iwan e Patula²⁰, pode-se afirmar que a precisão das soluções aproximadas dependem mais fortemente dos parâmetros do sistema auxiliar do que do critério de minimização utilizado. Foi observado também que nenhum dos critérios de minimização estudados apresenta resultados significativamente superiores aos demais.

Adotou-se, portanto, a minimização da média dos

quadrados devido a sua maior facilidade de aplicação.

Para a determinação dos elementos das matrizes \underline{C} e \underline{K} de (3.2.2) assume-se que o comportamento não linear do sistema (3.2.1) possa ser expresso através de uma soma de componentes discretos interconectados entre os diversos graus de liberdade da estrutura.

Desta forma, os componentes do vetor $\underline{P}(\dot{\underline{U}}, \underline{U})$ de (3.2.1) podem ser expressos através de:

$$P_i(\dot{\underline{U}}, \underline{U}) = \sum_{j \neq i} h_{ij} (\dot{y}_{ij}, y_{ij}) \quad (3.2.5)$$

$$P_i(\underline{0}, \underline{0}) = h_{ij} (0, 0) = 0$$

onde $y_{ij} = U_i - U_j$, sendo U_i e U_j , deslocamentos linearmente independentes (assim como as suas derivadas em relação ao tempo \dot{U}_i e \dot{U}_j) associados aos graus de liberdade i e j .

A fim de assegurar a unicidade da solução aproximada, será requerido que o operador $E(*)$ satisfaça as seguintes condições:

(3.2.6.1) O operador $E(*)$ é independente do tempo

(3.2.6.2) O operador $E(*)$ é linear:

$$E(U(t) + V(t)) = E(U(t)) + E(V(t))$$

(3.2.6.3) Se \underline{Z} é uma matriz, então $E(\underline{Z})$ é obtido através de:

$$E_{ij}(\underline{Z}) = E(z_{ij})$$

onde z_{ij} é um elemento da matriz \underline{Z}

$$(3.2.6.4) \quad E(U^2(t)) > 0 \quad \text{se} \quad U(t) \neq 0 \quad \text{e}$$

$$E(U^2(t)) = 0 \quad \text{se} \quad U(t) \equiv 0$$

É possível demonstrar⁶ que um operador $E(*)$ satisfazendo as condições anteriores possui a seguinte propriedade:

- "Se $\underline{U}(t)$ for um vetor formado por n funções linearmente independentes $U_i(t)$ então a matriz $\underline{A} \equiv [\underline{U}(t) \cdot \underline{U}^t(t)]$ é uma matriz positiva definida para todo $\underline{U}(t) \neq \underline{0}$ ".

O objetivo da técnica de minimização do erro médio é substituir os elementos não lineares $h_{ij}(\dot{y}_{ij}, y_{ij})$ que compõem o vetor $\underline{P}(\underline{\dot{U}}, \underline{U})$, expresso em (3.2.5) por uma combinação linear de elementos de acordo com:

$$h_{ij}(\dot{y}_{ij}, y_{ij}) = c_{ij} \dot{y}_{ij} + k_{ij} y_{ij} \quad (3.2.7)$$

Para isto, será expresso inicialmente, por simplicidade de notação, os elementos das matrizes \underline{C} e \underline{K} através dos parâmetros α_i de acordo com:

$$\alpha_{2n(i-1)+j} = K_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.8)$$

$$\alpha_{2n(i-1)+j+n} = C_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.9)$$

Pode-se reunir, também, os vetores de deslocamento $\underline{U}(t)$ e velocidades $\underline{\dot{U}}(t)$ em um único vetor $\underline{\tilde{U}}(t)$ definido por:

$$\hat{\underline{U}}(t) = \begin{Bmatrix} \underline{U}(t) \\ \dot{\underline{U}}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.2.10)$$

Com estas notações, a condição de minimização expressa na equação (3.2.4) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_i} E(\underline{\varepsilon}^t \cdot \underline{\varepsilon}) = 2E(\underline{\varepsilon}^t \cdot \frac{\partial \underline{\varepsilon}}{\partial \alpha_i}) = 0 \quad (3.2.11)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 2n^2$$

Efetuando a derivada parcial $\frac{\partial \underline{\varepsilon}}{\partial \alpha_i}$ de acordo com a definição de $\underline{\varepsilon}$ expressa em (3.2.3), obtem-se:

$$E(\underline{\varepsilon} \cdot \hat{\underline{U}}^t) = 0 \quad (3.2.12)$$

Porém, $\underline{\varepsilon}$ pode ser expresso em função do vetor $\hat{\underline{U}}$, definido em (3.2.10):

$$\underline{\varepsilon} = \underline{P}(\hat{\underline{U}}) - [\underline{K} : \underline{C}] \hat{\underline{U}} \quad (3.2.13)$$

onde $[\underline{K} : \underline{C}]$ é uma matriz de ordem n por $2n$ formado a partir das matrizes \underline{K} e \underline{C} .

Substituindo (3.2.13) em (3.2.12) podemos escrever:

$$E(\underline{\varepsilon} \cdot \hat{\underline{U}}^t) = E(\underline{P}(\hat{\underline{U}}) \cdot \hat{\underline{U}}^t) - [\underline{K} : \underline{C}] \cdot E(\hat{\underline{U}} \cdot \hat{\underline{U}}^t) = 0 \quad (3.2.14)$$

Resulta então:

$$E (\underline{P}(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = [\underline{K} : \underline{C}] \cdot E (\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t) \quad (3.2.15)$$

A verificação de que a expressão (3.2.15) representa um mínimo e não um máximo baseia-se no caráter positivo de finido da matriz $E (\underline{U} \cdot \underline{U}^t)$ mencionado anteriormente e encontra-se na referência⁶.

Desta forma fica demonstrado que a expressão (3.2.15) é uma condição necessária e suficiente para a minimização de $E (\underline{\varepsilon}^t \cdot \underline{\varepsilon})$.

Substituindo-se cada um dos elementos $h_{ij} (\dot{y}_{ij}, y_{ij})$ do vetor $\underline{P}(\underline{\hat{U}})$ em (3.2.15) pela combinação linear indicada em (3.2.7) obtem-se:

$$\begin{aligned} E (\underline{P}_i(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) &= \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} E (h_{ij} (\dot{y}_{ij}, y_{ij}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = \\ &= \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} E ((c_{ij} \dot{y}_{ij} + k_{ij} y_{ij}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Sendo c_{ij} e k_{ij} independentes do tempo a equação (3.2.16) assume a forma:

$$E (\underline{P}_i(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} [c_{ij} E (\dot{y}_{ij} \cdot \underline{\hat{U}}^t) + k_{ij} E (y_{ij} \cdot \underline{\hat{U}}^t)] \quad (3.2.17)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Mas como os deslocamentos y_{ij} são combinações lineares dos deslocamentos U_i e U_j , a equação (3.2.17) pode

ser escrita em função dos mesmos, ou seja:

$$E(P_i(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = \sum_{k=1}^n [C_{ik} E(\underline{\hat{U}}_k \cdot \underline{\hat{U}}^t) + K_{ij} E(\underline{U}_k \cdot \underline{\hat{U}}^t)]$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.18)$$

Relaciona-se assim, então, os coeficientes C_{ij} e K_{ij} das matrizes \underline{C} e \underline{K} com os coeficientes c_{ij} e k_{ij} .

A equação (3.2.18) pode ser escrita de uma forma compacta, análogo à equação (3.2.15).

$$E(\underline{P}(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = [\underline{K} : \underline{C}] E[\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t] \quad (3.2.19)$$

Então, a proposição (3.2.7) resulta em uma provável solução de (3.2.15).

A unicidade desta solução fica evidenciada pelo caráter positivo definido de $E(\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t)$. Ao se considerar, por exemplo, uma outra solução representada pelas matrizes $\underline{\bar{K}}$ e $\underline{\bar{C}}$ será possível escrever:

$$E(\underline{P}(\underline{\hat{U}}) \cdot \underline{\hat{U}}^t) = [\underline{\bar{K}} : \underline{\bar{C}}] E(\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t) \quad (3.2.20)$$

Subtraindo (3.2.20) de (3.2.19) resulta:

$$[\underline{K} - \underline{\bar{K}} : \underline{C} - \underline{\bar{C}}] E(\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t) = \underline{0} \quad (3.2.21)$$

Mas como $E(\underline{\hat{U}} \cdot \underline{\hat{U}}^t)$ é positiva definida, a única solução de (3.2.21) é dada por:

$$\bar{C} = \underline{C} \quad \text{e} \quad \bar{K} = \underline{K} \quad (3.2.22)$$

Para a determinação dos parâmetros c_{ij} e k_{ij} a equação (3.2.16) é expandida da seguinte forma:

$$E (h_{ij} (\dot{y}_{ij}, y_{ij}) \cdot U_k) = c_{ij} E (\dot{y}_{ij} \cdot U_k) + k_{ij} E (\dot{y}_{ij} \cdot U_k) \quad (3.2.23)$$

$$E (h_{ij} (\dot{y}_{ij}, y_{ij}) \cdot \dot{U}_k) = c_{ij} E (\dot{y}_{ij} \cdot \dot{U}_k) + k_{ij} E (y_{ij} \cdot \dot{U}_k) \quad (3.2.24)$$

onde $k = 1, 2, \dots, n$

Fazendo k em (3.2.23) sucessivamente igual a i e a j , e subtraindo, resulta:

$$E (h_{ij} (y_{ij}, \dot{y}_{ij}) \cdot y_{ij}) = c_{ij} E (\dot{y}_{ij} \cdot y_{ij}) + k_{ij} E (y_{ij}^2) \quad (3.2.25)$$

Porém, observando que devido ao operador $E(*)$ ser independente do tempo pode-se escrever:

$$\frac{d}{dt} E (y^2(t)) = 2E (\dot{y}(t) \cdot y(t)) = 0 \quad (3.2.26)$$

Consequentemente a equação (3.2.25) fica reduzida a expressão:

$$k_{ij} = \frac{E (h_{ij} (y_{ij}, \dot{y}_{ij}) \cdot y_{ij})}{E (y_{ij}^2)} \quad (3.2.27)$$

De uma maneira análoga poderemos escrever a partir da equação (3.2.24):

$$c_{ij} = \frac{E (h_{ij} (y_{ij}, \dot{y}_{ij}) \cdot \dot{y}_{ij})}{E (\dot{y}_{ij}^2)} \quad (3.2.28)$$

Desta forma, através das equações (3.2.27) e (3.2.28) podemos obter os coeficientes das matrizes lineares equivalentes \underline{K} e \underline{C} da equação (3.2.2).

3.3 - APLICAÇÃO DA TÉCNICA DA MINIMIZAÇÃO DO ERRO MÉDIO A MOLAS NÃO LINEARES

No caso de plataformas fixas marítimas é possível representarmos a interação solo-estrutura por meio de molas não-lineares e as forças atuantes devido a ação dinâmica das ondas como sendo do tipo determinístico periódico. Neste caso, as cargas periódicas podem ser decompostas em uma soma de parcelas de cargas harmônicas. A resposta do sistema linear equivalente a cada parcela de carga também será harmônica e de mesmo período. Então, ao se aplicar a técnica da minimização do erro médio, é razoável escolhermos o operador E como sendo simplesmente a média sobre um período T , ou seja:

$$E [y(t)] = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t) dt \quad (3.3.1)$$

Pode-se observar que esse operador possui as requeridas propriedades expressas em (3.2.6.1) a (3.2.6.4).

Além disso, cada mola não linear está aplicada a um único grau de liberdade de forma que o deslocamento relativo

y_{ij} associado à mola é o deslocamento absoluto u associado a este grau de liberdade.

Assim, os parâmetros de rigidez e de amortecimento equivalentes, obtidos a partir das equações (3.2.27) e (3.2.28) são, respectivamente:

$$k = \frac{E (h(u, \dot{u}) \cdot u)}{E (\dot{u}^2)} \quad (3.3.2)$$

$$c = \frac{E (h(u, \dot{u}) \cdot \dot{u})}{E (\dot{u}^2)} \quad (3.3.3)$$

Será admitido um elemento escalar mola não-linear, cuja curva força-deformação seja do tipo bi-linear e antissimétrica, de acordo com a figura abaixo:

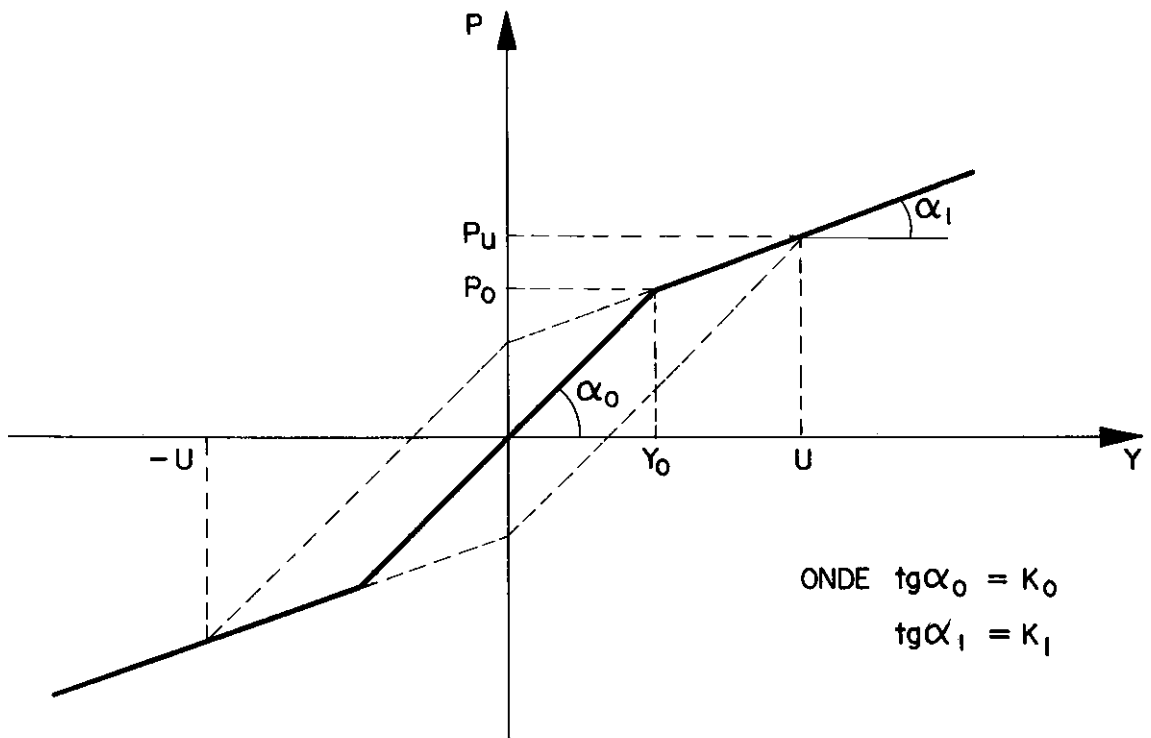


FIGURA 3.3.1

Se a força de excitação for de natureza harmônica de período T , então a forma geral da resposta pode ser assumida como sendo igual a:

$$u = U \cos \left(\frac{2\pi}{T} t - \phi \right) = U \cos \theta \quad (3.3.4)$$

Substituindo (3.3.4) em (3.3.2) e em (3.3.3), se obtém:

$$k = - \frac{1}{\pi U} \int_{-\pi}^{\pi} h(U, \theta) \cos \theta \, d\theta \quad (3.3.5)$$

$$c = - \frac{T}{2\pi^2 U} \int_{-\pi}^{\pi} h(U, \theta) \sin \theta \, d\theta \quad (3.3.6)$$

onde $h(U, \theta)$ representa, na realidade,

$$h \left(U \cos \theta, - \frac{2\pi}{T} U \sin \theta \right)$$

Fazendo-se ainda:

$$h(U, \theta) = k_0 H(U, \theta) \quad (3.3.7)$$

e substituindo (3.3.7) em (3.3.5) e (3.3.6), chega-se a:

$$k = \frac{k_0}{U} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(U, \theta) \cos \theta \, d\theta \right) \quad (3.3.8)$$

$$c = - \frac{T k_0}{2\pi U} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(U, \theta) \sin \theta \, d\theta \right) \quad (3.3.9)$$

O cálculo das integrais que aparecem nos termos entre parenteses pode ser encontrado no trabalho de Caughey¹⁰:

Se
$$C(U) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(U, \theta) \cos \theta \, d\theta$$

e

$$S(U) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(U, \theta) \sin \theta \, d\theta$$

então, sendo $\theta^* = \arccos(1 - \frac{2 y_0}{U})$: $C(U) = U$ se $U \leq y_0$

e

$$C(U) = \frac{U}{\pi} \left[\left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \cdot \theta^* + \frac{k_1}{k_0} \pi - \frac{\left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right)}{2} \cdot \sin(2 \theta^*) \right]$$

se $U > y_0$

e também:

$$S(U) = 0 \quad \text{se} \quad U \leq y_0$$

e

$$S(U) = \frac{U}{\pi} \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \cdot \sin^2 \theta^* \quad \text{se} \quad U > y_0$$

Portanto, a rigidez equivalente será dada por:

$$k = k_0 \quad \text{se} \quad U \leq y_0$$

ou

$$k = \frac{k_0}{\pi} \left[\left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \theta^* + \frac{k_1}{k_0} \pi - \frac{\left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right)}{2} \cdot \sin(2 \theta^*) \right] \quad \text{se} \quad U > y_0 \quad (3.3.10)$$

e o amortecimento equivalente por:

$$c = 0 \quad \text{se} \quad U \leq y_0$$

ou

$$c = \frac{T k_0}{2 \pi^2} \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \sin^2 \theta^* \quad \text{se} \quad U > y_0 \quad (3.3.11)$$

A fração de amortecimento crítico de um amortecedor é dado por:

$$\beta = \frac{c}{c_c} \quad (3.3.12)$$

onde:

c = coeficiente de amortecimento

c_c = coeficiente de amortecimento crítico

Por outro lado, o coeficiente de amortecimento crítico para um sistema massa-mola-amortecedor pode ser dado por:

$$c_c = \frac{2 k}{\omega} \quad (3.3.13)$$

sendo ω a frequência natural.

Utilizando (3.3.12) e (3.3.13) em (3.3.11), obtem-se a seguinte fração de amortecimento crítico associado à mola não linear:

$$\beta = 0 \quad \text{se} \quad U \leq y_0 \quad (3.3.14)$$

ou

$$\beta = \frac{1}{2 \pi} \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \cdot \sin^2 \theta^* \cdot \frac{k_0}{k} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \quad \text{se} \quad U > y_0$$

onde

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} \text{ é a frequência de excitação}$$

Deste modo pode-se definir um sistema linear equivalente utilizando a técnica da minimização do erro médio.

Para a obtenção da solução, recorre-se ao procedimento iterativo, descrito a seguir:

- a) assumem-se valores iniciais para a rigidez e amortecimento equivalentes.
- b) calculam-se deslocamentos do sistema linear associado.
- c) a partir dos deslocamentos são atualizados os valores de rigidez e amortecimento equivalentes.
- d) os passos (b) e (c) são repetidos até a obtenção da convergência para uma tolerância especificada.

3.4 - MÉTODO GEOMÉTRICO

No método geométrico, os parâmetros de rigidez e de amortecimento do sistema linear associado são fixados pela geometria do ciclo de histerese.

Neste método, a rigidez equivalente é considerada igual a declividade da reta que passa pelas extremidades do ciclo de histerese, ficando portanto definida por:

$$k = \frac{P_u}{U} \quad \text{se} \quad U > y_0$$

ou

$$k = k_0 \quad \text{se} \quad U \leq y_0$$

(3.4.1)

onde P_u , U e K_0 estão definidos na Figura 3.3.1.

O amortecimento equivalente \bar{e} é obtido associando-se um amortecedor a cada mola linear de forma a dissipar a mesma quantidade de energia por ciclo de histerese.

A energia dissipada por um amortecedor viscoso linear de constante c em cada ciclo de vibração é dada por:

$$E_c = \oint c \dot{u} du$$

onde:

u é definido em (3.3.4), $\dot{u} = \frac{du}{dt}$

\oint indica que a integral é sobre um ciclo de histerese

Efetuada a integral, obtem-se:

$$E_c = \frac{2\pi^2 U^2 c}{T} \quad (3.4.2)$$

A energia dissipada pela mola não linear associada ao longo de um período de oscilação é a área do ciclo de histerese que pode ser facilmente calculada da Figura 3.3.1

$$E_M = 4 P_0 (U - y_0) \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \quad \text{se } U > y_0 \quad (3.4.3)$$

ou

$$E_M = 0 \quad \text{se } U \leq y_0$$

Fazendo a igualdade de (3.4.2) e (3.4.3) obtem-se o amortecimento equivalente associado:

$$\begin{aligned}
 c &= 2 P_0 (U - y_0) \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) & \text{se } U > y_0 \\
 \text{ou} & & (3.4.4) \\
 c &= 0 & \text{se } U \leq y_0
 \end{aligned}$$

Finalmente, utilizando (3.3.12) e (3.3.13) em (3.4.4), obtem-se a seguinte fração de amortecimento crítico associada à mola não linear:

$$\begin{aligned}
 \beta &= 0 & \text{se } U \leq y_0 \\
 \text{ou} & & (3.4.5)
 \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{2 P_0 (U - y_0) \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right)}{\pi P_u U} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \quad \text{se } U > y_0$$

onde

$\Omega = \frac{2\pi}{T}$ é a frequência de excitação

ω é a frequência natural

E assim, fica determinado o sistema linear equivalente pelo método geométrico.

A solução do sistema é obtida pelo mesmo procedimento iterativo descrito na técnica de minimização do erro médio.

IV - EXEMPLOS

4.1 - INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem por objetivo a apresentação de exemplos de aplicação que permitam efetuar uma avaliação do emprego da técnica da linearização equivalente na determinação da resposta permanente ("steady state") de plataformas marítimas fixas.

O cálculo da resposta permanente no domínio da frequência de um sistema estrutural com não-linearidade física localizada, tratada através da técnica da linearização equivalente, é obtida com o auxílio do programa FREMOD, cujo fluxograma encontra-se no final deste capítulo.

Para efeito de comparação, calcula-se a resposta no domínio do tempo, obtida pelo programa DINAP²² desenvolvido pela COPPE/UFRJ e que está sendo incorporado ao sistema ADEP da Petrobrás. Este programa permite efetuar a integração das equações diferenciais do movimento ou através de um método direto do tipo Newmark ou fazendo uso da técnica da superposição modal. Os termos não lineares são tratados como pseudo-forças adicionais de forma a evitar a atualização da matriz de rigidez da estrutura, com a variação dos deslocamentos. Desta maneira, a equação (2.2.5) pode ser colocada na seguinte forma:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{F} - \underline{K}_m \underline{U} = \underline{F} + \underline{N} \quad (4.1.1)$$

onde:

\underline{K}_m contém as rigidezas das molas não-lineares e
 $\underline{N} = - \underline{K}_m \underline{U}$ é o vetor de pseudo-forças

Efetutando o equilíbrio no tempo $t+\Delta t$, a equação (4.1.1) pode ser escrita como:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}}_{t+\Delta t} + \underline{C} \dot{\underline{U}}_{t+\Delta t} + \underline{K} \underline{U}_{t+\Delta t} = \underline{F}_{t+\Delta t} + \underline{N}_{t+\Delta t} \quad (4.1.2)$$

Aplicando a técnica da superposição modal e utilizando a notação do Capítulo II, a equação (4.1.2) se reduz a:

$$\ddot{\underline{X}}_{t+\Delta t} + \underline{\Theta} \dot{\underline{X}}_{t+\Delta t} + \underline{\Lambda} \underline{X}_{t+\Delta t} = \underline{\Phi}^t \underline{F}_{t+\Delta t} + \underline{\Phi}^t \underline{N}_{t+\Delta t} \quad (4.1.3)$$

onde:

$$\underline{U}_{t+\Delta t} = \underline{\Phi} \underline{X}_{t+\Delta t}$$

Sendo o vetor de pseudo-forças \underline{N} função dos deslocamentos incógnitos, cada equação modal (4.1.3) será não linear, devendo-se recorrer em cada intervalo a um processo iterativo. É conveniente, então, expressar a equação (4.1.3) na seguinte forma:

$$\ddot{\underline{X}}_{t+\Delta t}^i + \underline{\Theta} \dot{\underline{X}}_{t+\Delta t}^i + \underline{\Lambda} \underline{X}_{t+\Delta t}^i = \underline{\Phi}^t \underline{F}_{t+\Delta t} + \underline{\Phi}^t \underline{N}(\underline{U}_{t+\Delta t}^{i-1})$$

$$\underline{U}_{t+\Delta t}^i = \underline{\Phi} \underline{X}_{t+\Delta t}^i \quad (4.1.4)$$

$$i = 1, \dots, j$$

sendo:

i = passo da iteração

j = número de iterações efetuadas

O cálculo de $\underline{N}(\underline{U}_{t+\Delta t}^0)$ para dar início a cada ciclo iterativo é calculado através de uma extrapolação linear das pseudos forças em torno do intervalo de tempo anterior:

$$\underline{N}(\underline{U}_{t+\Delta t}^0) = 2 \underline{N}(\underline{U}_t) - \underline{N}(\underline{U}_{t-\Delta t}) \quad (4.1.5)$$

Para a verificação da convergência do processo iterativo, utiliza-se a norma euclideana dos deslocamentos. Calcula-se ϵ de acordo com:

$$\epsilon = \frac{\|\underline{U}_{t+\Delta t}^i - \underline{U}_{t+\Delta t}^{i-1}\|}{\|\underline{U}_{t+\Delta t}^{i-1}\|} \quad (4.1.6)$$

Quando ϵ estiver dentro da tolerância especificada, termina o processo iterativo para este intervalo de tempo e passa-se ao próximo intervalo.

Para a integração da equação (4.1.4), utiliza-se o método de integração exata por seguimento.

Observando o processo nota-se que não é necessário a atualização da matriz de rigidez. Este procedimento torna possível do ponto de vista econômico, a análise dinâmica no domínio do tempo de plataformas marítimas fixas com um grande número de graus de liberdade e levando em conta, a não linearidade do solo.

Na representação da interação solo-estrutura de plataformas offshore é costume utilizar-se a hipótese de Winkler, que admite a representação do solo por meio de molas discretas associadas a determinados comprimentos de influência na estaca.

Deste modo, o processo de representação do solo consiste inicialmente, em dividir as estacas em seguimentos e em seguida, associar molas discretas aos correspondentes graus de liberdade de translação. O cálculo das curvas força-deslocamento dessas molas podem ser obtidas por meio de ensaios em laboratório, monitorização de estacas reais ou por meio de correlações experimentais sendo funções do diâmetro da estaca, da profundidade, da coesão, do ângulo de atrito e do peso específico do solo, etc. As curvas força-deslocamento das molas, para um comprimento de influência unitário na estaca, são geralmente chamadas de curvas P-Y quando representam a reação lateral do solo e de curvas T-Z ou P- δ quando traduzem a reação axial.

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos. Efetua-se, inicialmente, uma análise de autovalores, a fim de se verificar os primeiros períodos naturais da estrutura. Em seguida calcula-se a resposta permanente do problema linear, isto é, considerando que as curvas força-deslocamento sejam lineares.

Finalmente calcula-se as respostas permanentes do problema considerando a não linearidade do solo, utilizando tanto a solução no domínio do tempo como no domínio da frequência.

4.2 - EXEMPLO 1

O primeiro exemplo ilustra o cálculo da resposta dinâmica de uma haste, discretizada pelo método dos elementos finitos e, composta de 8 elementos do tipo pórtico plano. A haste é submetida a uma carga periódica de frequência 0.1 Hz. Os dados do problema se encontram nas Figuras 4.2.1 e na Tabela 4.2.1.

A não linearidade está representada pelas molas,

- MASSA CONCENTRADA

$$M = 1.0$$

- PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

Área transversal : 1.0

Momento de inércia : 0.1

Massa específica : 0.01

Módulo de elasticidade: 1000.0

- CARREGAMENTO

$$P_1(t) = 0.030 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_2(t) = 0.021 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_3(t) = 0.012 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_4(t) = 0.003 \text{ sen } (2\pi ft)$$

onde $f = 0.1 \text{ Hz}$

- PORCENTAGEM DE AMORTECIMENTO CRÍTICO

5% para todos os modos

- MOLA K_2

Linear, de rigidez igual a 400

- MOLA K_1

Não linear, cuja curva força-deformação se encontra na Figura 4.2.2

K_1 , atuantes nos graus de liberdade correspondentes aos deslocamentos verticais e horizontais dos nós 5, 6 e 7 ,cuja curva força-deslocamento se encontra na figura 4.2.2. A haste apresenta ainda, uma massa concentrada no nó 1 e molas lineares K_2 , nos nós 6 e 9, para os graus de liberdade de translação.

Apesar de sua simplicidade, o exemplo é útil para efetuarmos uma primeira comparação entre a solução não linear no domínio do tempo e a solução não linear no domínio da frequência. Na tabela 4.2.2 encontram-se os 5 primeiros períodos naturais obtidos com o método de iteração por subespaço. A seguir, na tabela 4.2.3 são apresentadas as amplitudes dos deslocamentos horizontais da resposta permanente, que foram obtidas de acordo com os seguintes procedimentos:

- a primeira coluna (LINEAR) refere-se à solução linear, isto é, considerando que a curva força-deslocamento da mola não-linear seja representada pela parte linear da mesma. A solução é obtida pelo método da resposta em frequência, utilizando o programa FREMOD.
- a segunda coluna (MEM) apresenta a solução do problema não linear obtida pelo método da resposta em frequência e utilizando como técnica de linearização equivalente o método da minimização do erro médio, utilizando o programa FREMOD.
- a terceira coluna (MG) apresenta a solução não linear, obtida pela resolução no domínio da frequência, porém utilizando o método geométrico implementado no programa FREMOD.
- a quarta coluna (ADEP) refere-se à solução não linear, obtida pela solução das equações do movimento no domínio do tempo e utilizando para tal o programa DINAP²² , descrito anteriormente.

A U T O V A L O R E S			
MODO	PERÍODO (s)	FREQ. CIRC. (rad/s)	FREQUÊNCIA (Hz)
1	4.041	1.555	0.248
2	0.491	12.790	2.036
3	0.107	58.746	9.350
4	0.044	143.176	22.787
5	0.041	154.275	24.554

TABELA 4.2.2

AMPLITUDE DE DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (U)					
Nº	LINEAR	MEM	MG	ADEP	LORANE
1	0.0247	0.0278	0.0277	0.0273	0.0277
2	0.0176	0.0201	0.0200	0.0198	0.0200
3	0.0110	0.0129	0.0128	0.0127	0.0128
4	0.0054	0.0067	0.0066	0.0066	0.0067
5	0.0016	0.0022	0.0022	0.0023	0.0023
6	0.0005	0.0009	0.0009	0.0009	0.0010
7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002
8	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001

TABELA 4.2.3

- a quinta coluna (LORANE) é a resposta não linear, obtida com o programa LORANE-NL, implementado no Núcleo de Computação Eletrônica da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Este programa calcula a resposta no domínio do tempo pelo método direto, recorrendo ao operador de Newmark associado ao método de Newton-Raphson para a integração das equações diferenciais não-lineares, e cujo desenvolvimento pode ser encontrado na referência¹⁵. Do processo de solução, pode se destacar a atualização da matriz de rigidez ao longo do tempo.

Com exceção do LORANE-NL, todas as respostas são calculadas utilizando-se a técnica de superposição modal com 5 modos de vibração.

Como era de se esperar, principalmente devido à atualização da matriz de rigidez no caso do LORANE, o esforço de solução deste é bastante superior ao do ADEP. Utilizando um intervalo de tempo de $\Delta t = 0.02$ s, para uma resposta transiente de 60 s, o tempo necessário de CPU (Central Process Unit) do LORANE, implementado no computador Burroughs 6700 do NCE-UFRJ, foi 5960 s, enquanto que o ADEP, implementado no IBM 370, da Petrobrás, foi de 66 s. Apesar de serem sistemas computacionais distintos e dos problemas de prioridade de execução de "jobs" que existem nestes, pode se concluir a grande diferença de esforço de solução entre ambos. Observa-se que os resultados obtidos para o problema não linear são bastante concordantes, o que autoriza comparações futuras apenas entre o método das pseudo-forças no domínio do tempo e o método da linearização equivalente no domínio da frequência com um número maior de graus de liberdade uma vez que a comparação com o LORANE-NL tornar-se-ia excessivamente onerosa nestes casos.

A comparação entre a solução linear e a solução

não linear pode ser melhor observado através da figura 4.2.3. Nesta figura, como os resultados do problema não linear são muito próximos, a curva não linear representa todas as soluções, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Pode-se observar finalmente a necessidade de levar em conta a não linearidade das molas.

4.3 - EXEMPLO 2

O segundo exemplo também consiste da análise de uma haste, porém, as curvas força-deslocamento que representam o solo, são obtidas seguindo as recomendações da API². Neste exemplo, é analisada uma haste de 110 m de comprimento sendo que 50m estão cravados no solo. A haste consiste de um tubo de aço de 72" de diâmetro externo com espessura de 2". O solo é constituído de areia de compactidade média com peso específico submerso médio de 0.8 ton/m³ e com ângulo de atrito de 30°. Para a obtenção das curvas não lineares do solo utilizou-se o sistema ADEP implementando na Petrobrás, gerando 14 pares de molas, sendo cada par constituído de uma mola P-Y e uma mola T-Z. Os pares de molas distribuem-se desta maneira: no sentido de penetração do solo, os quatro primeiros são espaçados de 1 m, os quatro seguintes de 2 m, os quatro posteriores de 4 m e assim por diante.

Sendo a não linearidade restrita apenas à uma pequena camada perto do leito marinho, considerou-se molas não-lineares somente até à profundidade de 10 metros, permitindo com isso uma diminuição do esforço computacional. Por outro lado, sendo a estrutura fixada apenas pelo solo, o método das pseudo-forças requer a utilização de um número mínimo de molas lineares

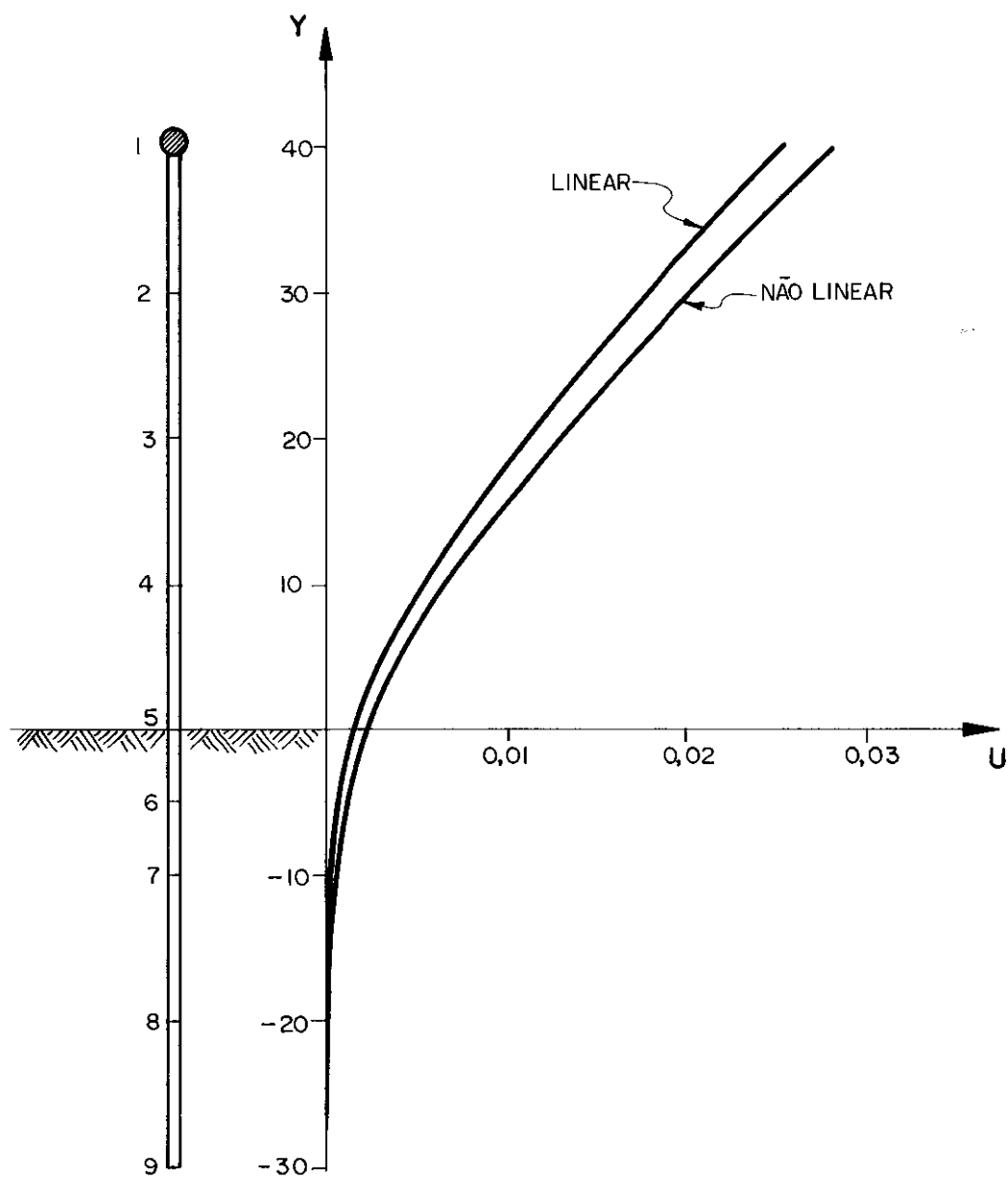


FIGURA 4.2.3

para que a estrutura sem as pseudo-forças não possua movimento de corpo rígido.

As características da estrutura e do carregamento se encontram na figura 4.3.1 e na Tabela 4.3.1.

Na tabela 4.3.2 são apresentados os primeiros 10 períodos naturais da estrutura. Na tabela 4.3.3 encontram-se os resultados em termos de amplitude de deslocamentos horizontais para o carregamento indicado na figura 4.3.1. Os nós 8, 9, 10, 11 e 12 referem-se respectivamente às profundidades de penetração de 1, 2, 3, 4 e 5 m no solo. Os dados da tabela 4.3.2 são plotados, resultando a figura 4.3.2.

Na tabela 4.3.4 encontra-se os resultados para um carregamento duas vezes maior ao da figura 4.3.1, isto é, com todas as cargas nodais multiplicadas por 2, com a finalidade de observar os resultados para um maior nível de não linearidade.

Na figura 4.3.3, encontram-se as amplitudes dos deslocamentos horizontais, na região do solo, para o carregamento original enquanto que na figura 4.3.4 encontra-se as correspondentes amplitudes para o dobro da carga.

4.4 - EXEMPLO 3

O terceiro exemplo é um modelo estrutural bidimensional de uma plataforma fixa marítima com 126 m de altura em relação ao fundo do mar. A estrutura é constituída de 31 nós e 49 elementos, incluindo as estacas (figura 4.4.1). Foram incluídos 20 elementos escalares mola para simular o comportamento solo-estrutura e 8 elementos escalares massa para simular a massa do convés. Apresenta-se a seguir os comandos utilizados no ADEP²³:

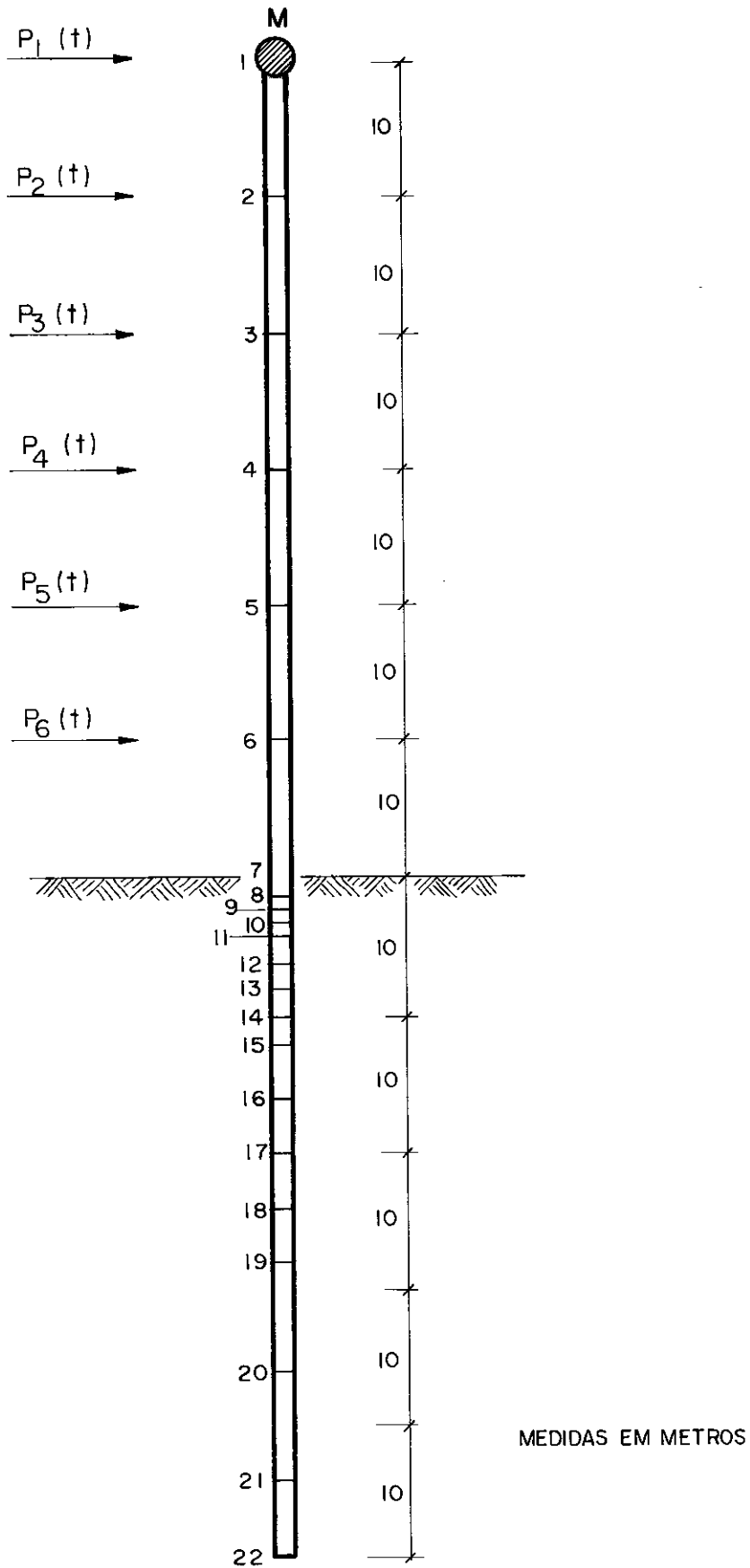


FIGURA 4.3.1

- MASSA CONCENTRADA

$$M = 49 \text{ tm}$$

- PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

diâmetro externo : 72"

espessura : 2"

peso específico : 7.98763 tf/m³

módulo de elasticidade longitudinal: 21088000 tf/m²

módulo de elasticidade transversal : 8085000 tf/m²

- CARREGAMENTO (em tf)

$$P_1(t) = 4.0 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_2(t) = 4.0 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_3(t) = 1.0 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_4(t) = 0.5 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_5(t) = 0.25 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_6(t) = 0.12 \text{ sen } (2\pi ft)$$

onde $f = 0.1 \text{ Hz}$

- PORCENTAGEM DE AMORTECIMENTO CRÍTICO

5% para todos os modos

- CARACTERÍSTICAS DO SOLO

areia de compactidade média

ângulo de atrito : 30°

peso específico submerso: 0.8 tf/m³

AUTOVALORES			
MOD0	PERÍODO (s)	FREQ. CIRC. (rad/s)	FREQUÊNCIA (Hz)
1	3.8843	1.618	0.258
2	0.5201	12.081	1.923
3	0.1743	36.047	5.737
4	0.0862	72.879	11.599
5	0.0856	73.422	11.686
6	0.0525	119.694	19.050
7	0.0382	164.689	26.211
8	0.0312	201.428	32.058
9	0.0292	215.326	34.270
10	0.0203	309.891	49.321

TABELA 4.3.2

AMPLITUDE DE DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (em metros)				
Nº	LINEAR	MEM	MG	ADEP
1	0.326	0.346	0.345	0.340
2	0.256	0.274	0.273	0.269
3	0.189	0.203	0.203	0.200
4	0.127	0.138	0.138	0.136
5	0.074	0.081	0.081	0.080
6	0.032	0.037	0.037	0.036
7	0.007	0.009	0.009	0.008
9	0.004	0.005	0.005	0.005
10	0.003	0.004	0.004	0.004
11	0.002	0.003	0.003	0.003
12	0.001	0.001	0.001	0.001

TABELA 4.3.3

AMPLITUDE DE DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (em metros)				
Nº	LINEAR	MEM	MG	ADEP
1	0.652	0.762	0.739	0.752
2	0.513	0.607	0.587	0.598
3	0.379	0.455	0.439	0.448
4	0.254	0.314	0.302	0.308
5	0.147	0.191	0.181	0.187
6	0.064	0.092	0.086	0.089
7	0.013	0.027	0.024	0.025
8	0.010	0.022	0.019	0.021
9	0.008	0.018	0.016	0.017
10	0.006	0.014	0.012	0.014
11	0.004	0.011	0.009	0.011
12	0.001	0.006	0.005	0.006

TABELA 4.3.4

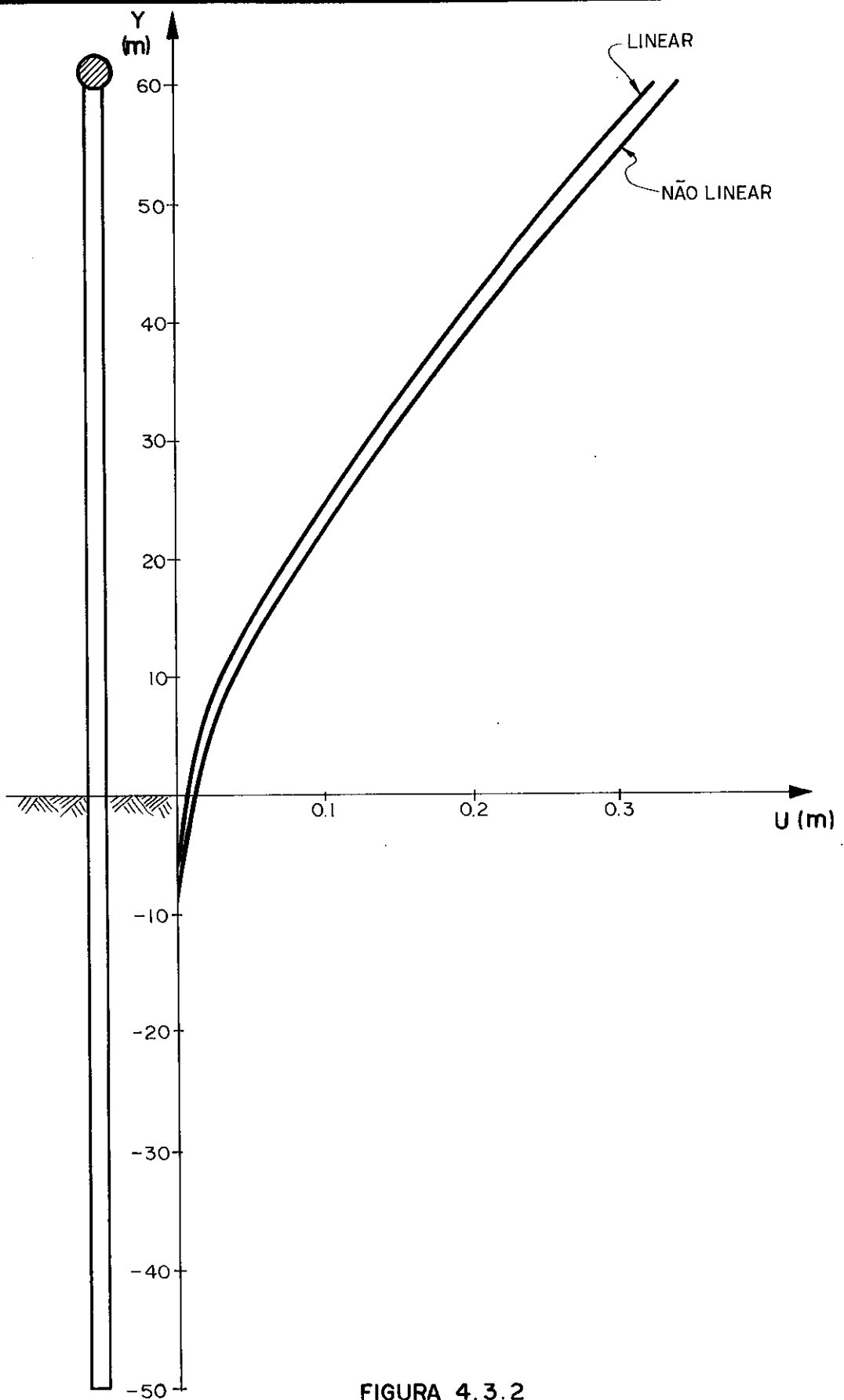


FIGURA 4.3.2

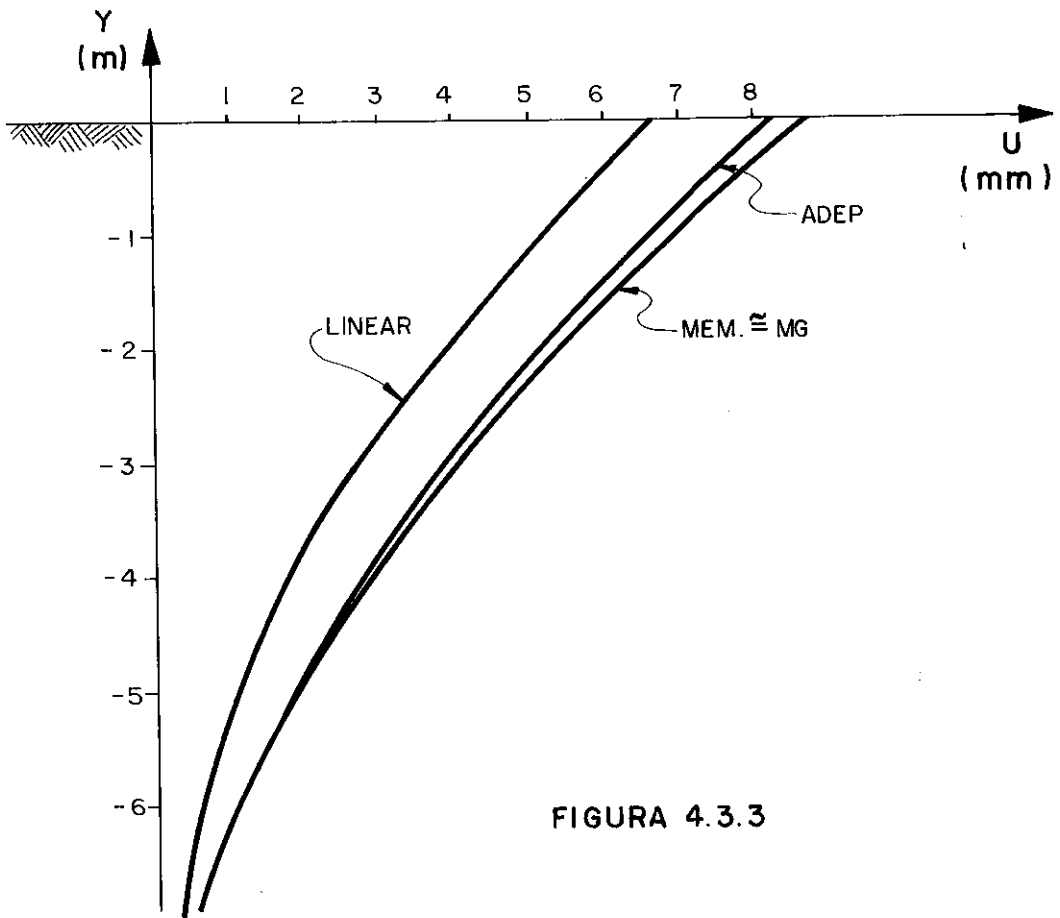


FIGURA 4.3.3

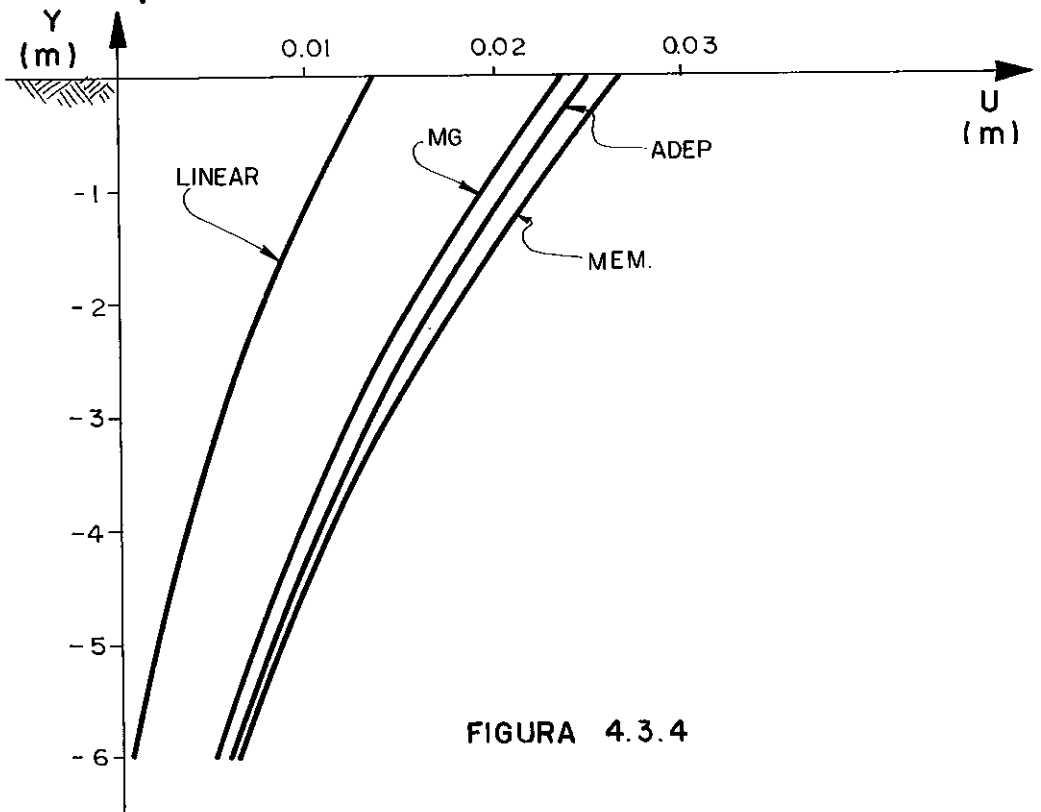


FIGURA 4.3.4

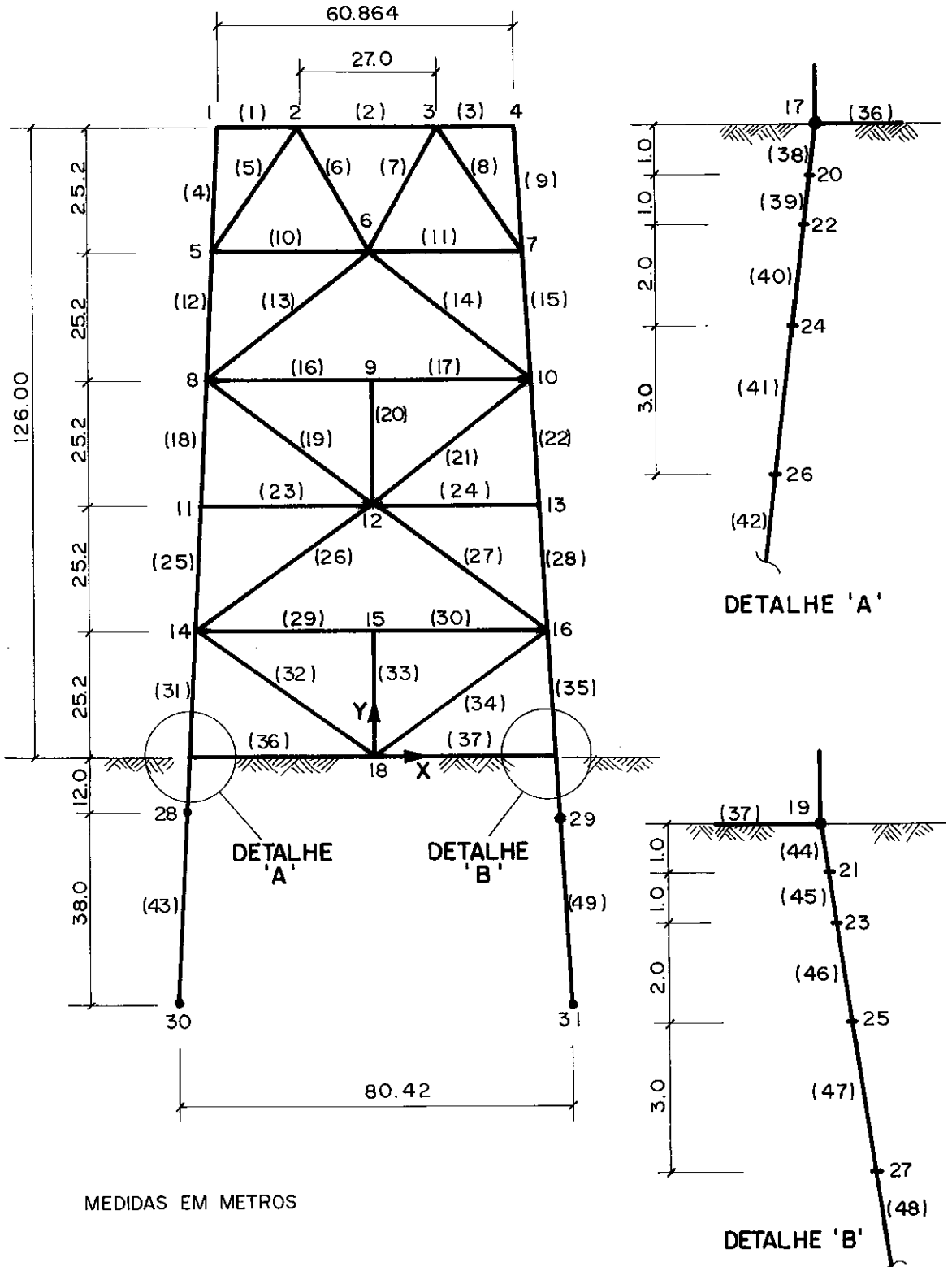


FIGURA 4.4.1

STRU DL 'EXEMPLO 3' 'PLATAFORMA BIDIMENSIONAL'

TYPE SPACE FRAME

UNITS METERS MTONS DEGREES

JOINT COORDINATES

1 -30.432 126.000 0.0 s

2 -13.500 126.000 0.0 s

⋮

MEMBER INCIDENCES

1 1 2

2 2 3

⋮

MEMBER PROPERTIES PRISMATIC

1 TO 3 AX 0.1385 IX 0.07486 IY 0.03743 IZ 0.03743

5 TO 8 AX 0.1332 IX 0.03742 IY 0.01871 IZ 0.01871

10 11 16 17 AX 0.0441 IX 0.00963 IY 0.004815 IZ 0.004815

13 14 AX 0.1916 IX 0.0879 IY 0.04396 IZ 0.04396

19 TO 21 AX 0.07414 IX 0.0260 IY 0.0130 IZ 0.0130

23 24 AX 0.04642 IX 0.01126 IY 0.00563 IZ 0.00563

26 27 32 34 AX 0.0804 IX 0.03294 IY 0.01647 IZ 0.01647

29 30 36 37 AX 0.0616 IX 0.0148 IY 0.0074 IZ 0.0074

33 AX 0.03964 IX 0.00468 IY 0.00234 IZ 0.00234

4 9 12 15 18 22 25 28 31 35 -

AX 0.2057 IX 0.1088 IY 0.0544 IZ 0.0544

38 TO 49 AX 0.1201 IX 0.16 IY 0.08 IZ 0.08

JOINT RELEASES

1 TO 29 FORCE X Y MOMENT Z

30 31 MOMENT Z

INERTIA OF JOINTS

1 TO 4 LINEAR X 200. Y 200.

DYNAMIC SCALARS

1	SPRING	U	40000.	V	70000.	NODES	26
1	SPRING	U	40000.	V	70000.	NODES	27
2	SPRING	U	215000.	V	200000.	NODES	28
2	SPRING	U	215000.	V	200000.	NODES	29

CONSTANTS

E	21088000.	ALL
G	8085000.	ALL
DENSITY	81.65	ALL

DYNAMIC FORCE FUNCTIONS

1	FORCE	-3000.	DISPLACEMENT	-2.000 -
	FORCE	-15.	DISPLACEMENT	-0.001 -
	FORCE	15.	DISPLACEMENT	0.001 -
	FORCE	3000.	DISPLACEMENT	2.000
2	FORCE	-5000.	DISPLACEMENT	-2.000 -
	FORCE	-25.	DISPLACEMENT	-0.001 -
	FORCE	25.	DISPLACEMENT	0.001 -
	FORCE	5000.	DISPLACEMENT	2.000
3	FORCE	-6000.	DISPLACEMENT	-2.000 -
	FORCE	-30.	DISPLACEMENT	-0.001 -
	FORCE	30.	DISPLACEMENT	0.001 -
	FORCE	6000.	DISPLACEMENT	2.000
4	FORCE	-10000.	DISPLACEMENT	-2.000 -
	FORCE	-50.	DISPLACEMENT	-0.001 -
	FORCE	50.	DISPLACEMENT	0.001 -
	FORCE	10000.	DISPLACEMENT	2.000

DYNAMIC NON LINEAR SPRINGS

20	U	FUNCTION	1
20	V	FUNCTION	3
21	U	FUNCTION	1
21	V	FUNCTION	3
22	U	FUNCTION	1
22	V	FUNCTION	3
23	U	FUNCTION	1
23	V	FUNCTION	3
24	U	FUNCTION	2
24	V	FUNCTION	4
25	U	FUNCTION	2
25	V	FUNCTION	4

DYNAMIC TIME FUNCTIONS

1 SCALE 1.0 USE FUNCTION SIN WITH PARAMETERS -
 PERIOD 10. TIME 70. DELTA 0.5

DYNAMIC LOADINGS

1	U	FUNCTION	1	MAGNITUDE	28.35
1	V	FUNCTION	1	MAGNITUDE	-15.05
2	U	FUNCTION	1	MAGNITUDE	28.35
2	V	FUNCTION	1	MAGNITUDE	-15.05
3	U	FUNCTION	1	MAGNITUDE	28.35
3	V	FUNCTION	1	MAGNITUDE	-15.05
4	U	FUNCTION	1	MAGNITUDE	28.35
4	V	FUNCTION	1	MAGNITUDE	-15.05
5	U	FUNCTION	1	MAGNITUDE	62.60
5	V	FUNCTION	1	MAGNITUDE	-73.50

6	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	62.60
6	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-73.50
7	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	62.60
7	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-73.50
8	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	12.17
8	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-34.60
9	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	12.17
9	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-34.60
10	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	12.17
10	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-34.60
11	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	2.60
11	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-15.20
12	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	2.60
12	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-15.20
13	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	2.60
13	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-15.20
14	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.50
14	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-5.50
15	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.50
15	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-5.50
16	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.50
16	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-5.50
17	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.70
17	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-4.00
18	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.70
18	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-4.00
19	U	FUNCTION 1	MAGNITUDE	0.70
19	V	FUNCTION 1	MAGNITUDE	-4.00


```

DYNAMIC LIST U  NODES  1  5  8  11  14  -
                17  20  22  24  26  28

```

```

MODAL RESPONSE FREQUENCIES 10 TOTAL 60. -
STEP 0.05 START 20. PRINTJUMP 1 DAMPING 0.05
FINISH

```

Os dez primeiros períodos naturais podem ser encontrados na tabela 4.4.1. A amplitude dos deslocamentos horizontais são apresentados na tabela 4.4.2 e, na figura 4.4.2, pode se visualizar as soluções linear e não-lineares, na região do solo.

A análise da fadiga e determinação da vida útil de juntas tubulares soldadas que ocorrem nas plataformas offshore é efetuada com o auxílio da Regra de Miners. Esta regra afirma que o dano acumulado "D", durante a vida útil da junta não deve exceder a unidade, sendo:

$$D = \sum \left(\frac{n_i}{N_i} \right)$$

onde:

n_i = número de ciclos aplicados para um dado intervalo de variação de tensões $\Delta\sigma_i$

N_i = número máximo de ciclos permitido, para este intervalo de tensões $\Delta\sigma_i$, obtido a partir das curvas S-N.

As curvas S-N, segundo a norma API, podem ser representadas matematicamente por:

A U T O V A L O R E S			
MOD0	PERÍODO (s)	FREQ. CIRC. (rad/s)	FREQUÊNCIA (Hz)
1	3.052	2.058	0.328
2	0.965	6.514	1.037
3	0.841	7.470	1.189
4	0.525	11.959	1.903
5	0.464	13.530	2.153
6	0.452	13.915	2.215
7	0.355	17.710	2.819
8	0.348	18.069	2.876
9	0.327	19.206	3.057
10	0.325	19.339	3.078

TABELA 4.4.1

AMPLITUDE DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (m)				
Nº	LINEAR	MEM	MG	ADEP
1	0.060	0.073	0.071	0.075
5	0.052	0.067	0.065	0.068
8	0.042	0.056	0.053	0.057
11	0.031	0.044	0.042	0.044
14	0.020	0.033	0.031	0.032
17	0.006	0.019	0.016	0.019
20	0.005	0.016	0.014	0.017
22	0.004	0.014	0.012	0.014
24	0.002	0.010	0.008	0.011
26	0.001	0.004	0.004	0.005
28	0.000	0.000	0.000	0.000

TABELA 4.4.2

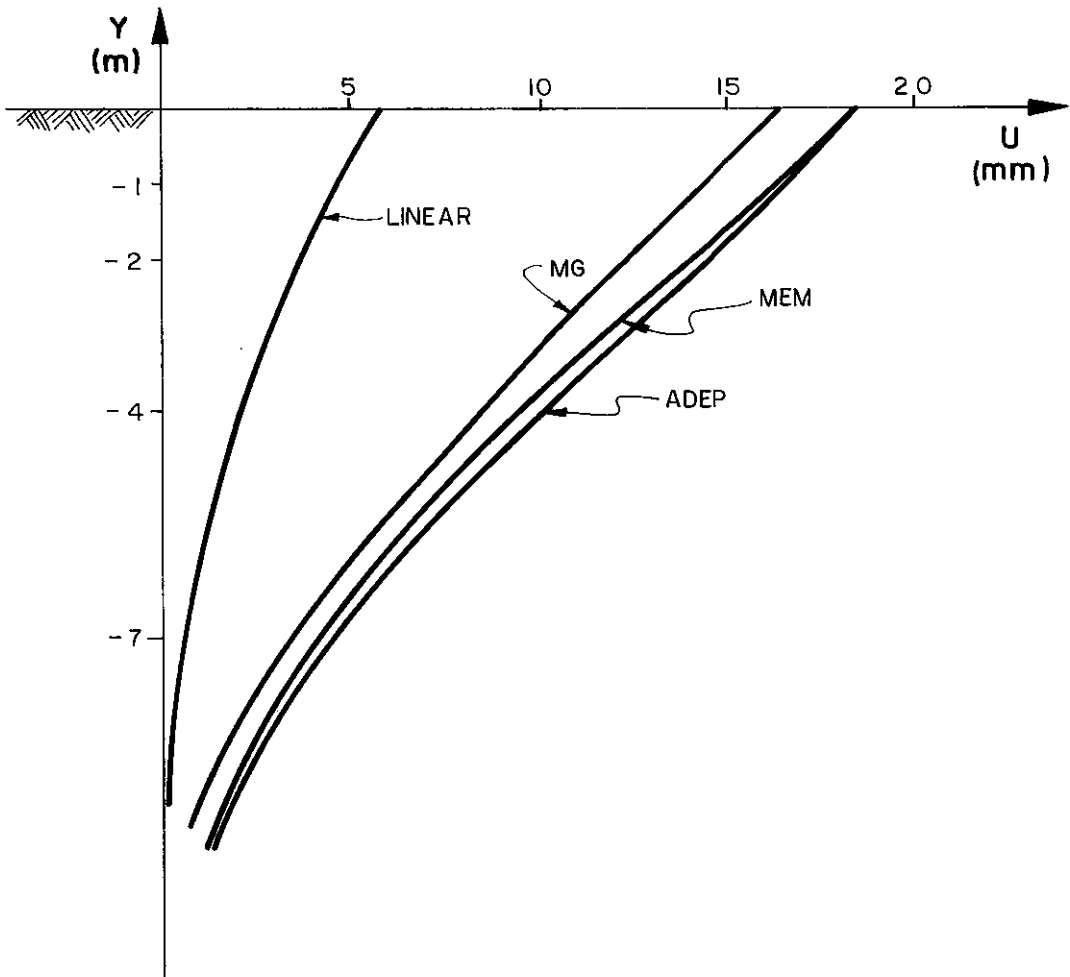


FIGURA 4.4.2

$$N = 2 \times 10^6 \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_{\text{ref}}} \right)^{-m}$$

onde:

N é o número máximo de ciclos

$\Delta\sigma$ é o intervalo de variação de tensões

$\Delta\sigma_{\text{ref}}$

e m dependem do tipo de junta e de solda

Os valores de $\Delta\sigma_{\text{ref}}$ igual a 14.5 K_{si} e de m igual a 4.38 são bastante utilizados para juntas tubulares típicas e correspondem à chamada curva X. Para essa curva, a razão $\frac{N_1}{N_2}$ entre duas variações de tensões $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_2$ pode ser dada por:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_2} \right)^{-4.38}$$

Utilizando esta relação para a análise do elemento 20, com os dados da tabela 4.4.3, obtem-se:

$$\frac{N_1}{N_2} = 736$$

onde:

o índice 1 se refere ao caso sem correção estática dos mo dos superiores

o índice 2 se refere ao caso com correção estática dos mo dos superiores

Nota-se, portanto, que ao se fazer a análise ã fa

AMPLITUDE DA FORÇA AXIAL (tf) ELEMENTO 20 NO 9		
ANÁLISE	MEM	ADEP
SCE	7.67	7.47
CCE	34.62	(*)

TABELA 4.4.3

SCE - sem correção estática dos modos superiores

CCE - com correção estática dos modos superiores

(*) - em fase de implementação

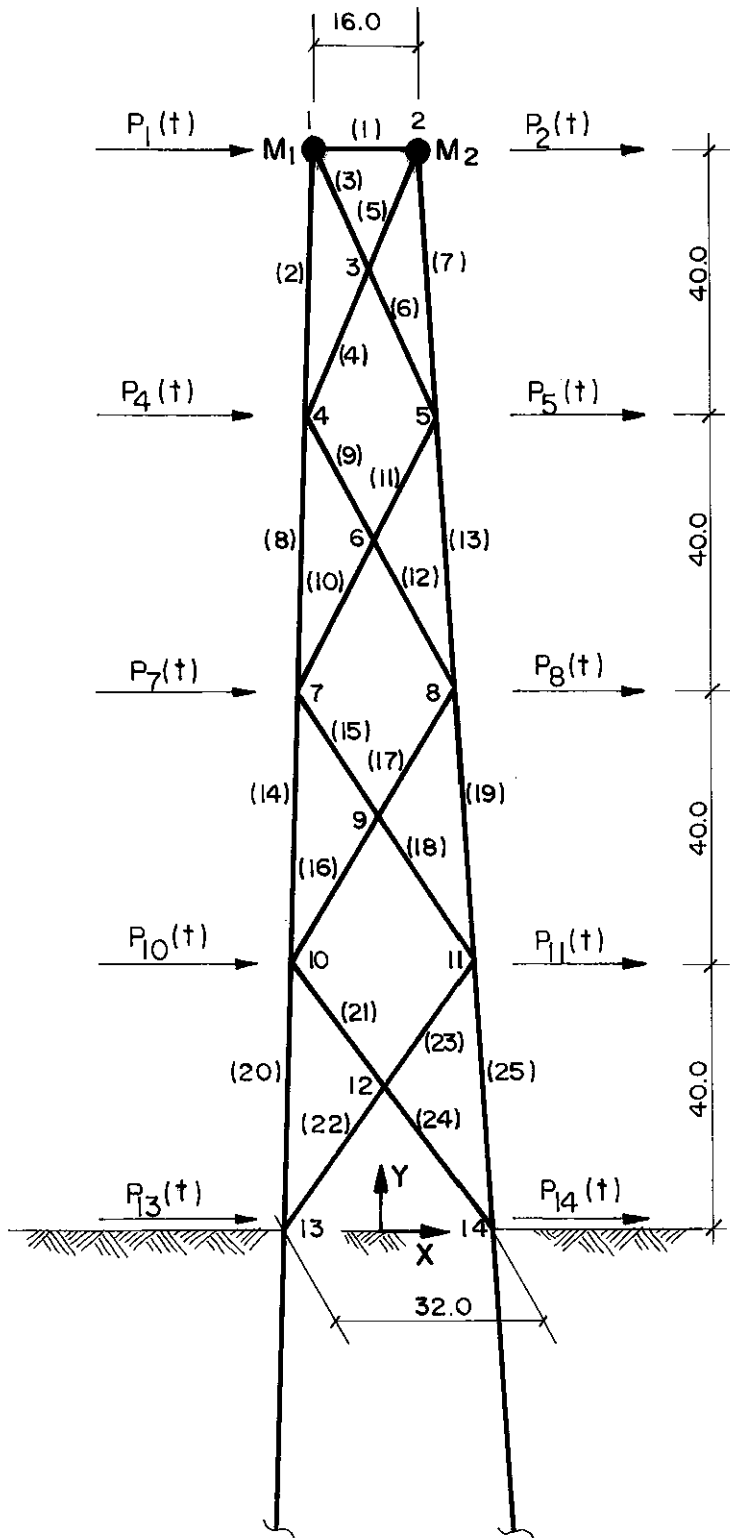
fadiga, onde o cálculo preciso dos esforços é importante, a correção estática dos modos superiores pode surgir como uma ferramenta essencial ao método de superposição modal. Na referência²⁶ é efetuado um estudo a respeito da técnica da correção estática para corrigir o cálculo dos esforços, chegando-se a diferenças de esforços da ordem de 1000%.

4.5 - EXEMPLO 4

Neste exemplo se analisa uma plataforma de 160.0 metros de altura com contraventamento do tipo X. A análise é bi dimensional porém, analogamente ao exemplo 2, as curvas força-deslocamento são obtidas de um solo real, consistindo de areia de compacidade média com peso específico submerso de 0.8 ton/m³ e com ângulo de atrito de 30°. Utilizando o sistema ADEP, são gerados quatorze pares de molas para cada estaca, sendo ca da par constituído de uma mola P-Y e uma mola T-Z. Os pares atuam nodalmente e distribuem-se desta maneira: no sentido de pe netração do solo, os quatro primeiros são espaçados de 1 m, os quatro seguintes de 2 m, os quatro posteriores de 4 m e assim por diante. A jaqueta consiste de 14 nós e 25 elementos e com a discretização das estacas para a aplicação das molas não lineares representando o solo são gerados mais 28 nós e 28 elementos.

As estacas consistem de tubos de aço de 72" x 2", isto é, 72" de diâmetro externo por 2" de espessura. Os contraventamentos consistem de tubos de 15" x 0.5" e as pernas de tubos de 30" x 1". Similarmente e pelas mesmas razões do exemplo 2, considerou-se não linearidade do solo somente até a profundidade de 10 m. As características do problema estão na Figura 4.5.1 e na Tabela 4.5.1.

Apresenta-se os primeiros períodos naturais da es



MEDIDAS EM METROS

FIGURA 4.5.1

- MASSAS CONCENTRADAS

$$M_1 = 980 \text{ tm}$$

$$M_2 = 980 \text{ tm}$$

- PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	DIÂMETRO EXTERNO	ESPESSURA
Pernas	30"	1"
Estacas	72"	2"
Contraventamentos	15"	0.5"

peso específico : 7.98763 tf/m³

módulo de elasticidade longitudinal: 21088000 tf/m²

módulo de elasticidade transversal : 8085000 tf/m²

- CARREGAMENTO (em tf)

$$P_1(t) = P_2(t) = 60 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_4(t) = P_5(t) = 30 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_7(t) = P_8(t) = 16 \text{ sen } (2\pi ft) \quad \text{onde } f = 0.1 \text{ Hz}$$

$$P_{10}(t) = P_{11}(t) = 10 \text{ sen } (2\pi ft)$$

$$P_{13}(t) = P_{14}(t) = 2 \text{ sen } (2\pi ft)$$

- PORCENTAGEM DE AMORTECIMENTO CRÍTICO

5% para todos os modos

- CARACTERÍSTICAS DO SOLO

areia de compacidade média

ângulo de atrito: 30°

peso específico submerso: 0.8 tf/m³

TABELA 4.5.1

estrutura na tabela 4.5.2 e os resultados da análise, em termos de amplitudes horizontais da resposta permanente na Tabela 4.5.3 e na Figura 4.5.2.

4.6 - EXEMPLO 5

Neste exemplo, analisa-se uma plataforma tridimensional constituída de 1067 elementos de pórtico espacial e de 520 nós, incluindo a discretização das estacas, resultando em um sistema de equações de 3120 incógnitas com meia largura de banda igual a 97. A plataforma tem uma altura total de 133.8 m, uma base inferior de 80 x 75 m e uma base superior de 72 x 61 m (figuras 4.6.1, 4.6.2 e 4.6.3). A estrutura possui 8 pernas e 8 estacas cravadas até à penetração de 50 m.

O solo constitui-se de 3 camadas:

- a primeira, de 0 m até 10 m de profundidade, é de argila de compacidade média com coesão de 0.0001 tf/m^2 e com peso específico submerso de 0.90 tf/m^3 .
- a segunda camada de 10 m até 30 m de profundidade, é de areia de compacidade média com ângulo de atrito de 20° e peso específico submerso de 0.90 tf/m^3 .
- A terceira camada, de 30 m até 60 m de profundidade, de areia fofa com ângulo de atrito de 20° e peso específico submerso de 0.90 tf/m^3 .

Considerou-se a não linearidade do solo, somente até à profundidade de 10 m. Para cada estaca foram gerados grupos de 3 molas nodais: duas molas P-Y atuam no plano horizontal e uma mola T-Z, na direção axial. A distribuição desses grupos de mola ao longo de cada estaca foi efetuada analogamente ao exemplo anterior, resultando então em 200 nós e 200 segmentos de estacas.

A U T O V A L O R E S

MOD0	PERÍODO (s)	FREQÜENCIA (Hz)	FREQ. CIRC. (rad/s)
1	5.558	0.180	1.130
2	0.741	1.349	8.474
3	0.462	2.166	13.611
4	0.332	3.006	18.890
5	0.313	3.192	20.055
6	0.303	3.334	20.761
7	0.182	5.496	34.523
8	0.179	5.572	35.011
9	0.125	8.018	50.376
10	0.124	8.052	50.590

TABELA 4.5.2

AMPLITUDE DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (m)

Y (m)	NO	LINEAR	MEM	MG	ADEP
160.0	1	0.925	0.973	0.969	0.965
120.0	4	0.597	0.638	0.633	0.626
80.0	7	0.315	0.349	0.344	0.343
40.0	10	0.115	0.144	0.138	0.127
0.0	13	0.012	0.037	0.032	0.032
- 1.0	15	0.011	0.033	0.028	0.029
- 2.0	17	0.009	0.029	0.024	0.026
- 3.0	19	0.007	0.025	0.021	0.023
- 4.0	21	0.005	0.021	0.017	0.020
- 6.0	23	0.003	0.014	0.011	0.014
- 8.0	25	0.001	0.008	0.006	0.009

TABELA 4.5.3

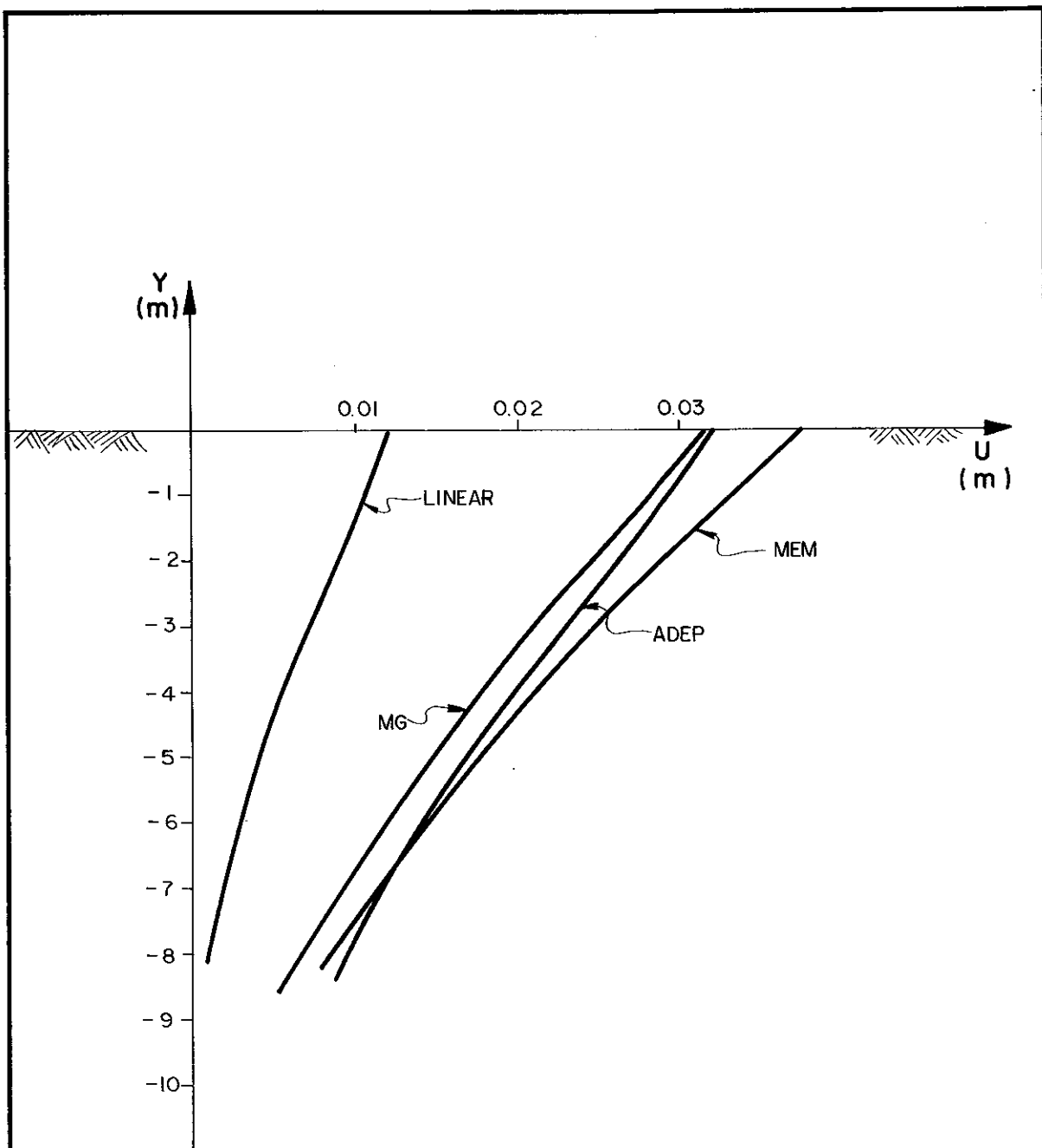
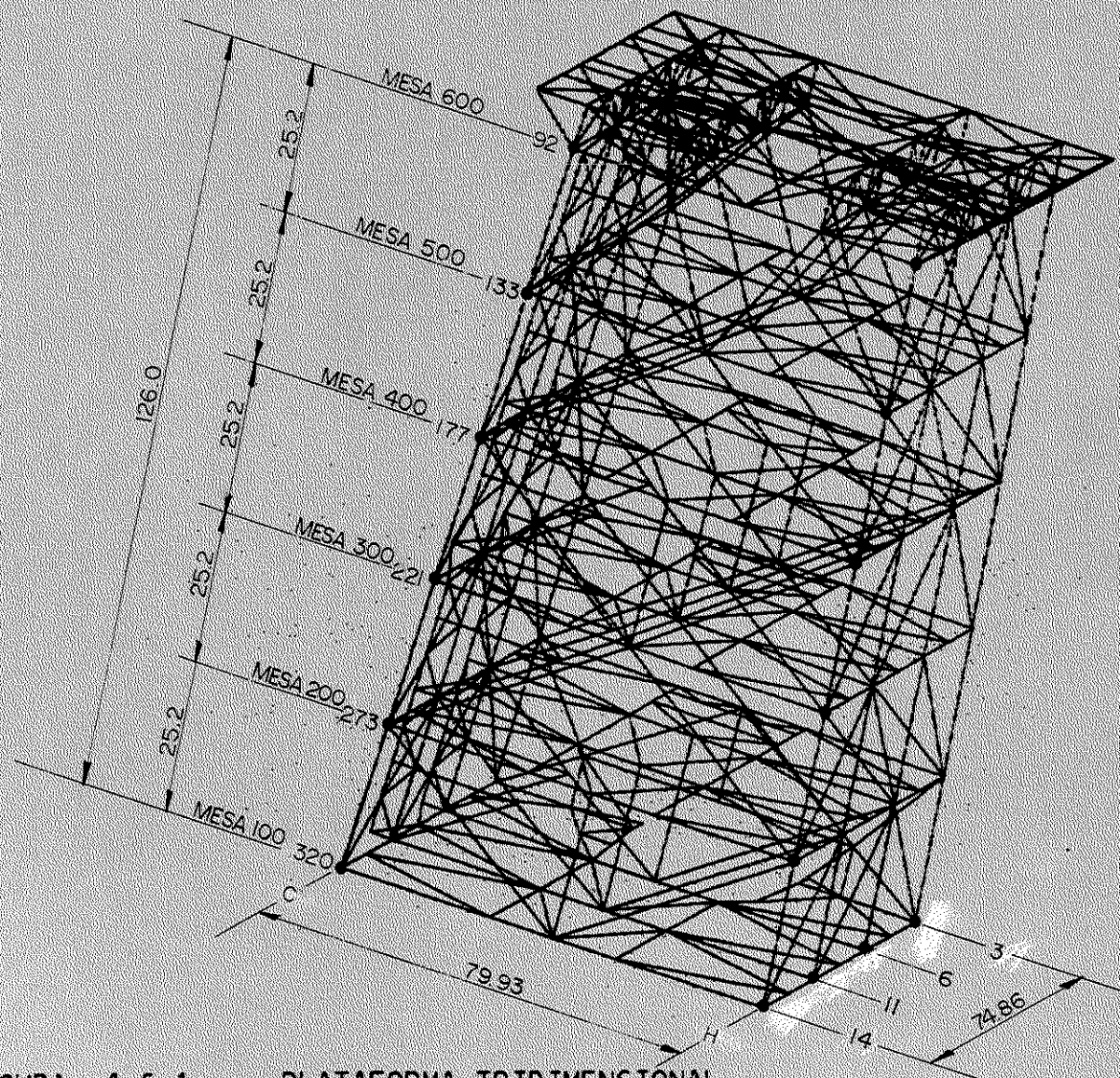


FIGURA 4.5.2



MEDIDAS EM METROS

FIGURA 4.6.1 - PLATAFORMA TRIDIMENSIONAL
PERSPECTIVE FROM Y-Z PROJECTION

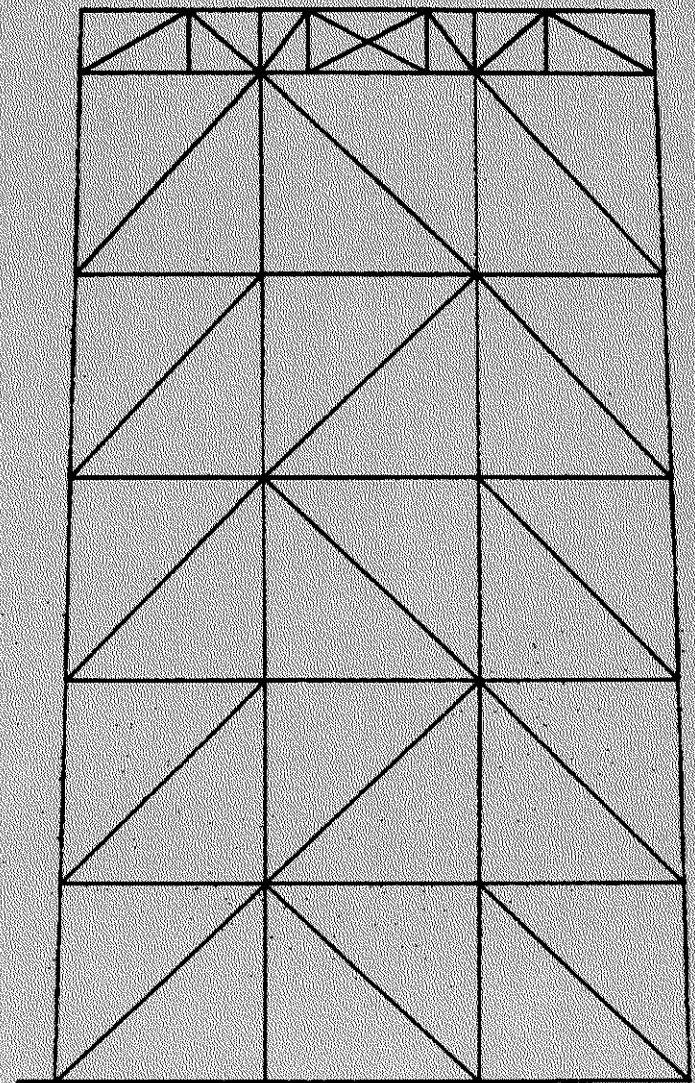


FIGURA 4.6.2 - PLATAFORMA TRIDIMENSIONAL
X-Z PROJECTION

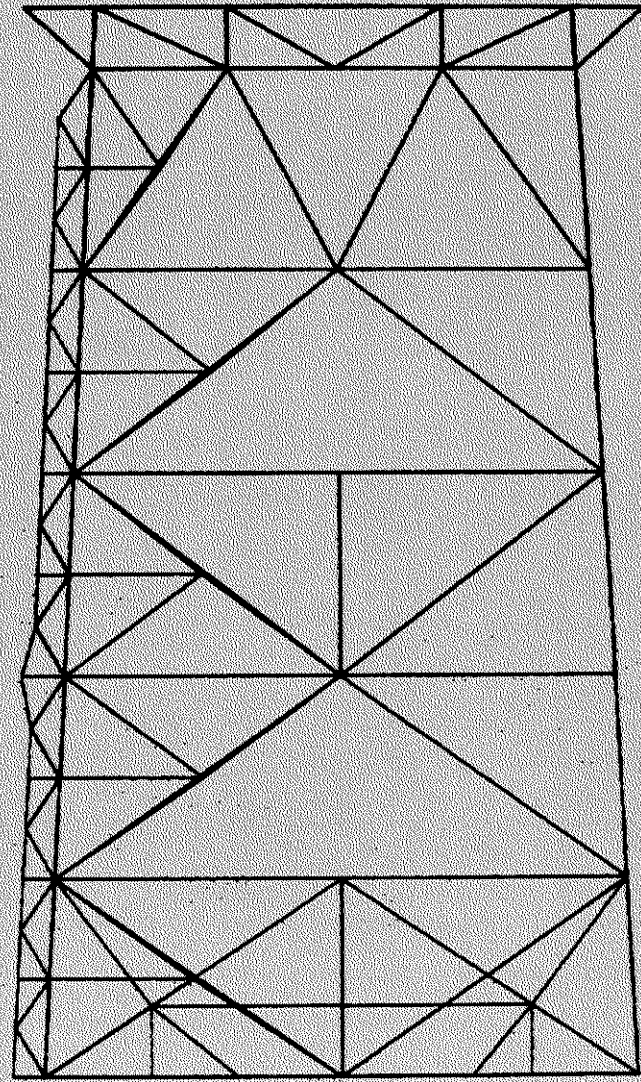


FIGURA 4.6.3 - PLATAFORMA TRIDIMENSIONAL
Y-Z PROJECTION

Para considerar a efeito de massa hidrodinâmica associada às ondas e também para incluir a massa do convés de 20000 tons, são adicionadas 275 massas concentradas nodais para cada respectiva região de influência ao longo dos nós da jaqueta. Para o cálculo da massa hidrodinâmica adotou-se coeficiente de inércia igual a 2 para todos os elementos compreendidos em uma lâmina de água de 112 m.

Para simular o carregamento de onda, aplica-se cargas nodais de frequência 0.1 Hz (período de 10 s).

Na tabela 4.6.1 são apresentados os 10 primeiros períodos naturais da estrutura.

A seguir, apresenta-se as amplitudes dos deslocamentos horizontais da análise linear e das análise não lineares na tabela 4.6.2, para o eixo C-14 (ver figura 4.6.1). Os nós 321, 329, 337, 345, 353 e 361 são nós da estaca correspondente a esse eixo. Ainda nesta tabela, a primeira coluna (Z) se refere à cota Z do nó, estando a origem do sistema situado no leito marinho e sendo Z o eixo vertical. Os resultados dessas análises, na região do solo, podem ser observados mais facilmente na figura 4.6.4, onde pode se verificar a boa concordância dos resultados, como nos exemplos anteriores.

Na figura 4.6.5 são apresentados os autovetores do 1º modo normalizados em relação ao maior valor. A curva LINEAR, representa o 1º autovetor calculado considerando molas lineares ao longo de toda a estaca enquanto a curva NÃO-LINEAR representa o 1º autovetor calculado considerando molas lineares a partir da profundidade de 10 m. A figura é importante sob o aspecto de que se o primeiro modo de vibração da estrutura for muito significativo em relação aos demais, a forma da deformada da estrutura provavelmente deverá estar situada entre essas duas curvas.

A U T O V A L O R E S

MOD0	PERÍODO (s)	FREQ. CIRC. (rad/s)	FREQUÊNCIA (Hz)
1	2.739	2.294	0.365
2	2.028	3.098	0.493
3	1.633	3.848	0.612
4	0.821	7.650	1.218
5	0.775	8.107	1.290
6	0.753	8.349	1.329
7	0.722	8.700	1.385
8	0.687	9.146	1.456
9	0.685	9.174	1.460
10	0.666	9.430	1.501

TABELA 4.6.1

AMPLITUDE DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (m)

Z _(m)	Nº	LINEAR	MEM	MG	ADEP
126.0	92	0.446	0.490	0.486	0.474
100.8	133	0.382	0.423	0.419	0.407
75.6	177	0.300	0.338	0.334	0.324
50.4	221	0.214	0.250	0.246	0.239
25.2	273	0.130	0.166	0.162	0.158
0.0	320	0.035	0.059	0.057	0.058
- 1.0	321	0.032	0.055	0.053	0.055
- 2.0	329	0.029	0.055	0.049	0.051
- 3.0	337	0.026	0.047	0.045	0.047
- 4.0	345	0.023	0.043	0.041	0.043
- 5.0	353	0.021	0.040	0.038	0.040
- 6.0	361	0.018	0.036	0.034	0.036

TABELA 4.6.2

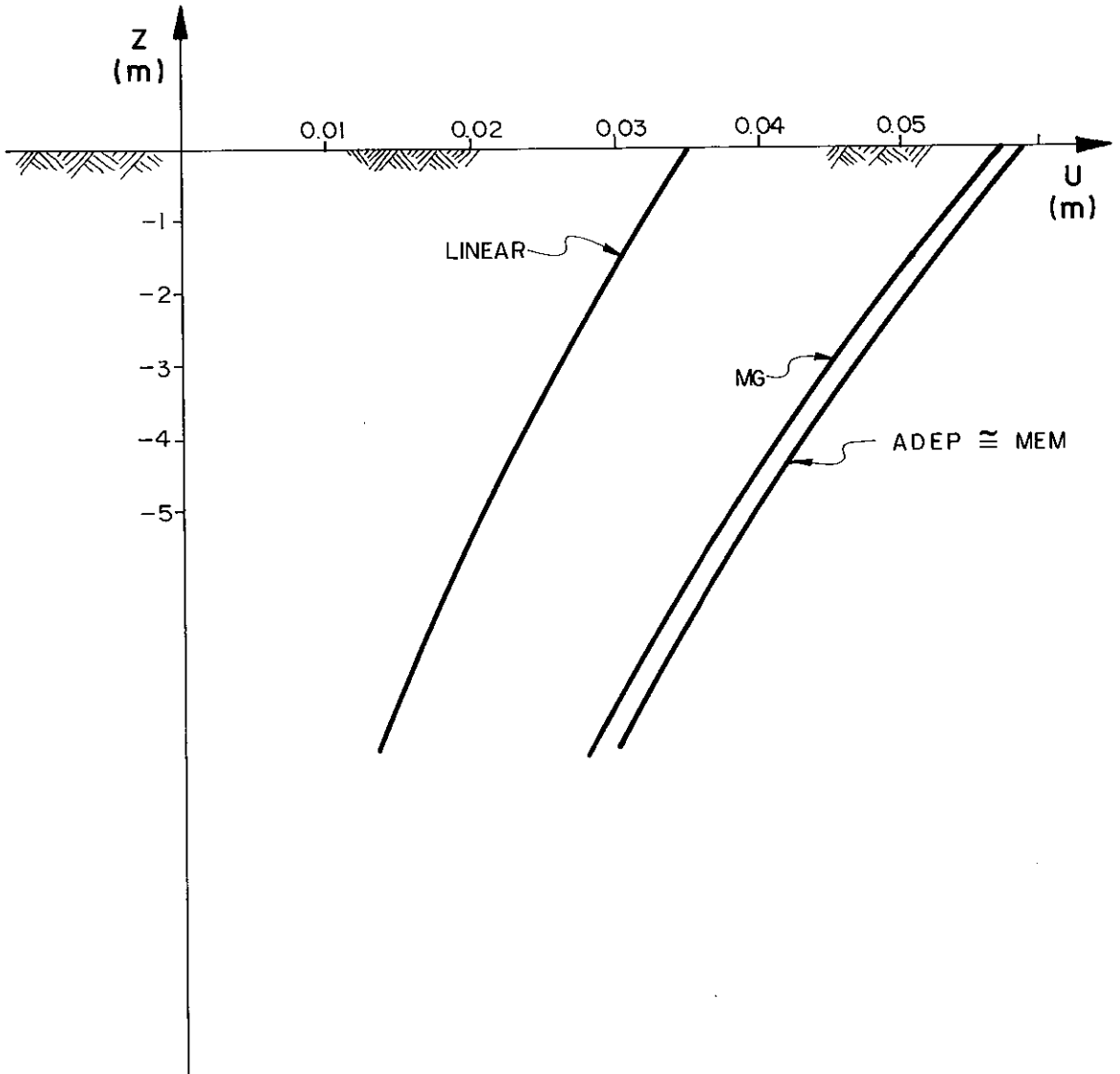


FIGURA 4.6.4

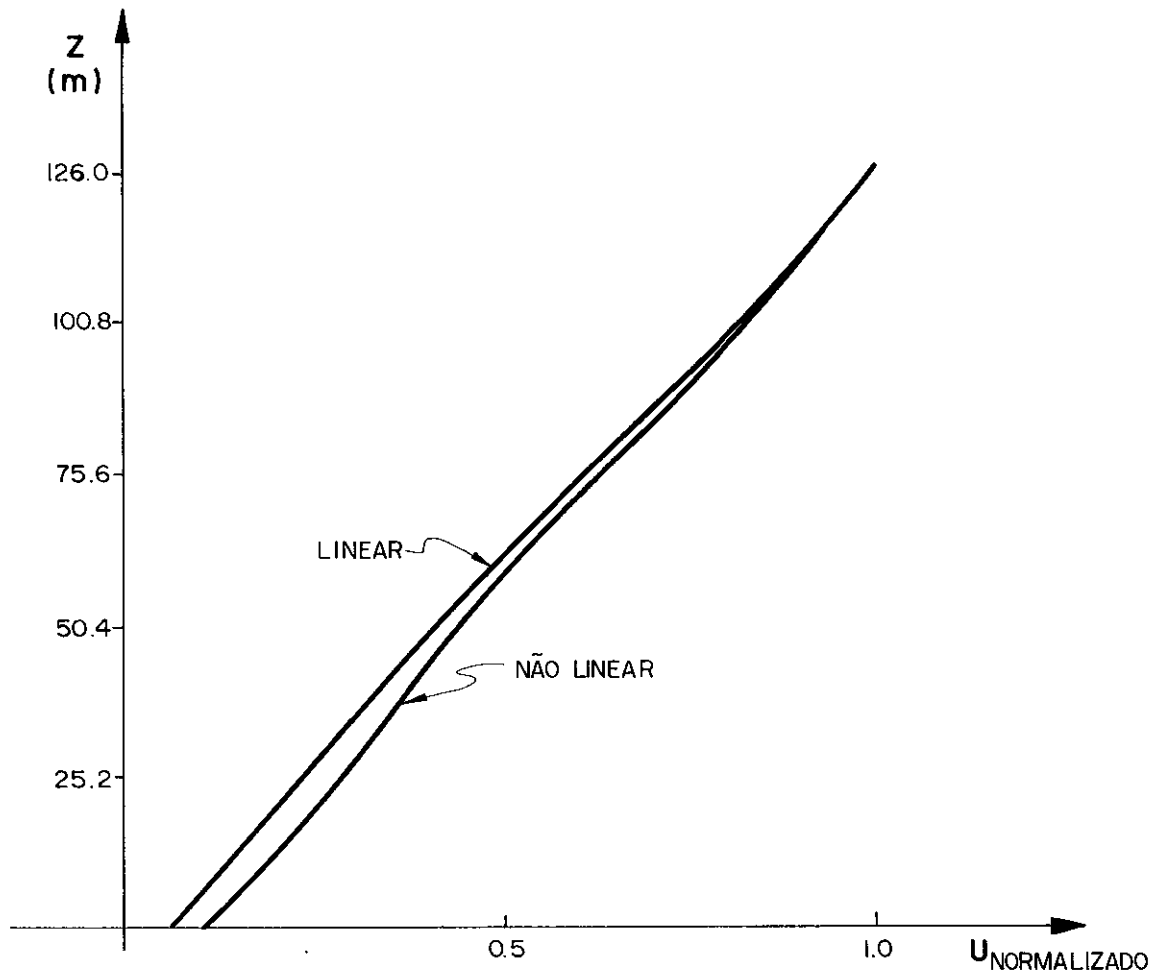
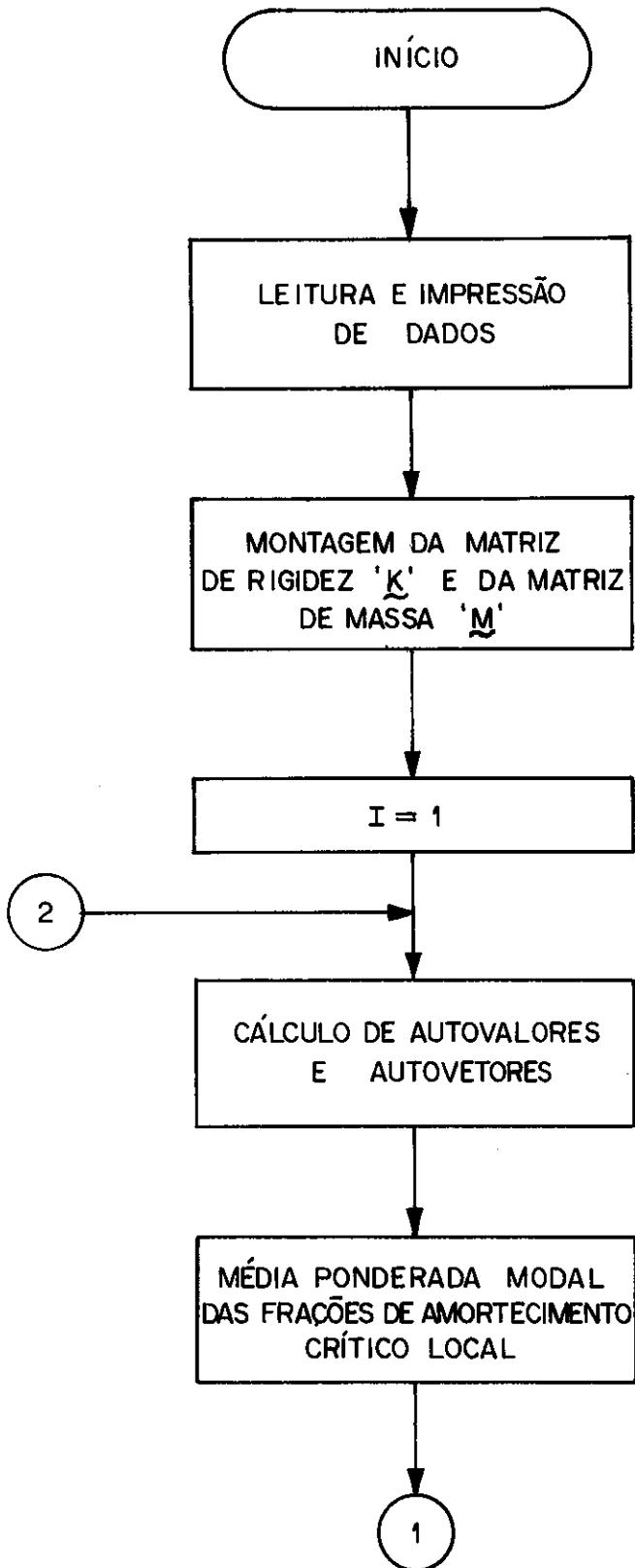
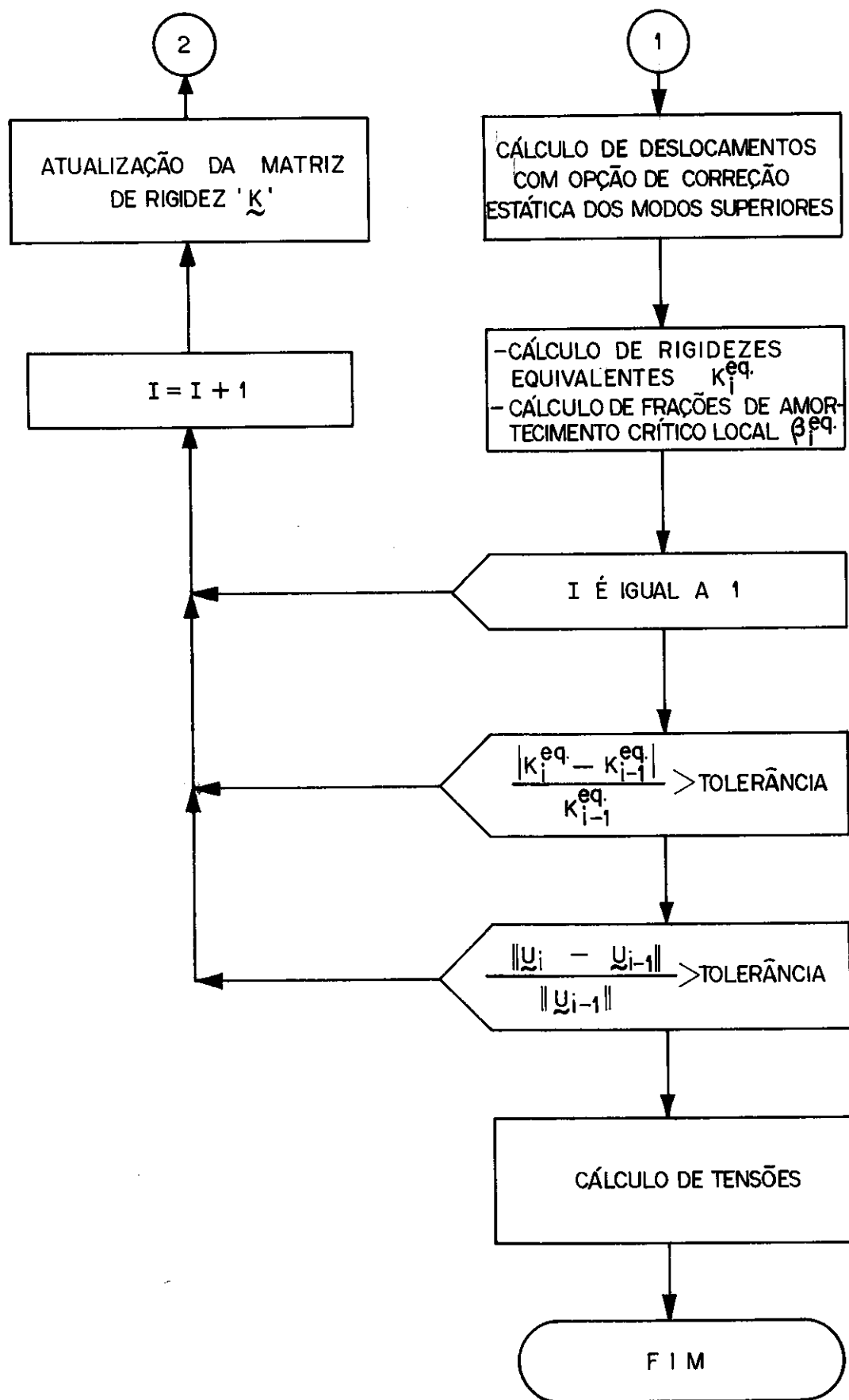


FIGURA 4.6.5

4.7 - FLUXOGRAMA DO PROGRAMA FREMOD





V - CONCLUSÕES

A descoberta de campos petrolíferos marítimos tem se processado em lâminas de água cada vez mais profundas, exigindo grandes esforços de exploração. A bacia de Campos, que responde hoje por aproximadamente 40 por cento da produção nacional de petróleo é um importante resultado desse esforço. Nesse ponto, deve-se salientar também o desafio imposto ao engenheiro projetista face aos complexos sistemas estruturais constituídos por plataformas marítimas fixas para essas profundidades. A solução desse sistema somente será possível mediante o auxílio do computador. Entretanto, apesar do elevado estágio de desenvolvimento dos computadores, o esforço de solução ainda é considerável por três razões principais: o grande número de graus de liberdade, a necessidade de análise dinâmica e a não linearidade envolvida na interação solo-estrutura. Somado a isso, ainda pode ser citado os diversos casos de carregamento e de alterações na geometria e nas propriedades dos elementos que ocorrem ou são necessários durante o ciclo de projeto. Em vista disso, é importante a disponibilidade de métodos eficazes pois o custo computacional pode se tornar significativo.

Infelizmente, um método geral de solução pode não ser suficientemente eficiente para a solução de um problema específico. Apesar de sua natureza aleatória, as cargas de onda podem em muitos casos serem substituídos por um carregamento periódico para fins de análise estrutural de plataformas⁴ e nesse caso o método da linearização equivalente, associado ao método da resposta em frequência, é uma técnica de solução aproximada que fornece resultados bastante satisfatórios, como ficou demonstrado no

capítulo anterior.

No caso de sistemas levemente não lineares como ocorre nas plataformas offshore, onde o comportamento não linear é localizado e restrito a uma pequena camada do leito marinho, o método da linearização equivalente se torna particularmente adequado. Entretanto, a resposta de um sistema dinâmico não linear depende fortemente das características do problema e portanto, devemos esperar um limitado sucesso deste método à medida que desaparece o caráter localizado da não linearidade.

O esforço de solução pelo método da linearização equivalente combinado com a técnica de superposição modal se concentra principalmente no cálculo dos primeiros autovalores e autovetores em cada ciclo iterativo. Para diminuir esse esforço, deve-se utilizar como vetores de partida os autovetores do ciclo anterior e desse modo a convergência no método do subespaço será acelerada. No primeiro ciclo, os autovetores de partida podem ser fornecidos ou calculados de acordo com a referência². Outro ponto a ser observado é que o primeiro passo no método de iteração por subespaço consiste na resolução da equação (2.4.11). Para a resolução desta, utilizando o método de Gauss, é necessário efetuarmos a decomposição da matriz de rigidez K^2 . Após a primeira decomposição que é total, pode-se fazer com que nas seguintes a decomposição só seja realizada a partir do primeiro grau de liberdade que apresentar comportamento não linear²¹. Pode-se notar pelo fluxograma do programa, que a técnica de correção estática dos modos superiores não introduz esforço adicional significativo pois para a resolução de (2.5.17) a matriz de rigidez já se encontra decomposta devido ao processo de cálculo dos modos normais de vibração.

É importante observar que o próprio método dos elementos finitos e a utilização da técnica da superposição modal em si representam aproximações para a solução das equações diferenciais do movimento. No tipo de problema abordado pode se considerar que tais aproximações são inevitáveis e refletem o atual estado da arte. Deve se mencionar também que as cargas ambientais e as propriedades físicas da estrutura e do solo também são conhecidas somente de maneira aproximada. Na análise à fadiga, pode ainda ser mencionada a incerteza na aplicação dos critérios de vida útil em estruturas submetidas a cargas ambientais. Então, o método de solução necessita providenciar resultados apenas com um comparável nível de precisão. Dentro deste contexto, observa-se que as aproximações eventualmente introduzidas pelo método da linearização equivalente estão perfeitamente compatíveis com as demais aproximações e hipóteses simplificadoras normalmente adotadas no procedimento de cálculo e conduzindo, portanto, a resultados confiáveis para o projeto estrutural de plataformas marítimas fixas.

VI - BIBLIOGRAFIA

- 1 LIMA, E.C.P. - "LORANE-DINA - Uma Linguagem Orientada para Análise Dinâmica de Estruturas" - PTS 14-77 COPPE/UFRJ (1977).
- 2 BATHE, K.J. and WILSON, E.L. - "Numerical Methods in Finite Element Analysis" - Prentice Hall Inc. (1976).
- 3 API-RP-2A - "Planning Design and Constructing Fixed Offshore Platforms" - American Petroleum Institute, Thirteenth Edition (1982).
- 4 DNV - "Rules for Design Construction and Inspection of Offshore Structures" - Det Norske Veritas.
- 5 VALENZUELA, E.D.C. - "Interação Solo-Estaca em Plataformas Offshore" - Tese de M.Sc. - COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Civil (1980).
- 6 IWAN, W.D. - "A Generalization of the Concept of Equivalent Linearization" - Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol.8, pp 279-287 (1973).
- 7 IWAN, W.D. and I-Min Yang - "Application of Statical Linearization Techniques to Nonlinear Multidegree-of-Freedom Systems" - Journal of Applied Mechanics - June 1972 California.
- 8 JENNINGS, P.C. - "Equivalent Viscous Damping for Yielding Structures" - Journal of the Engineering Mechanics Division - ASCE, PP 103-116, February (1968).
- 9 DESAI and CHRISTIAN - "Numerical Methods in Geotechnical Engineering" - McGraw-Hill (1977).
- 10 CAUGHEY, T.K. "Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis" - Transactions of the ASME - December (1960).

- 11 ATALIK, T.S. and UTKU, S. - "Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, 411-420 (1976).
- 12 JACOBSEN, L.S. - "Steady Forced Vibration as Influenced by Damping" - Transactions of the American Society of Mechanical Engineering Applied Mechanics Division, vol. 52 No. 22, Sept-Dec., 1930, pp 169-181.
- 13 PRZEMIENIECKI, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis" - McGraw-Hill (1968).
- 14 CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J. - "Dynamics of Structures" - McGraw-Hill (1975).
- 15 EBECKEN, N.F.F. - "LORANE NL - Uma Linguagem Orientada à Análise Estrutural Não-Linear" - COPPE/UFRJ - PTS 15.77, Universidade Federal do Rio de Janeiro (1977).
- 16 LANDAU, L.; EBECKEN, N.F.F.; LIMA, E.C.P. e FERRANTE, A.J.- "The Static Contribution of the Higher Modes in the Dynamic Analysis of Offshore Structures" - International Symposium on Offshore Engineering - Brasil Off shore 81, Rio de Janeiro, Setembro (1981).
- 17 HANSTEEN, O.E. and BELL, K. - "On the Accuracy of Mode Superposition Analysis in Structural Dynamics" - Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7 , 405-411 (1979).
- 18 MADDUX, N.R. - "On the Number of Modes Necessary for Accuracy Response and Resulting Forces in Dynamic Analysis" - Transactions of the ASME - Journal of Applied Mechanics, June, 516-517 (1975).
- 19 CLOUGH, P.W. e WILSON, E.L. - "Dynamic Analysis of Large Structural Systems with Local Nonlinearities" - Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 17/18, 107-129 (1979).

- 20 IWAN, W.D. and PATULA, E.J. - "The Merit of Different Error Minimization Criteria in Approximate Analysis" - Transactions of the ASME - Journal of Applied Mechanics, March, 257-262 (1975).
- 21 MOREIRA, M.L.T. - "Análise Estática de Estruturas com Não-Linearidade Física Localizada" - COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil (1981).
- 22 LANDAU, L.; LIMA, E.C.P. e EBECKEN, N.F.F. - "Manual do Usuário e de Operação do Programa DINAP" - COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Civil - março de 1981.
- 23 FERRANTE, A.J. - "O Sistema ADEP - Análise e Dimensionamento de Estruturas de Plataforma" - CENPES/PETROBRÁS, 1983.
- 24 ROESSET, J.M.; WHITMAN, R.V. and DOBRY, R. - "Modal Analysis for Structures with Foundation Interaction" - J. Struct. Div. ASCE, Vol. 99, no. ST3, pp. 399-416 (1973).
- 25 LUTES, D.L. - "Equivalent Linearization for Random Vibration" - Journal of the Engineering Mechanics Division - ASCE June, 1970, pp. 227-242.
- 26 TORRES, A.L.F.L. e LIMA, E.C.P. - "A Contribuição dos Modos Superiores na Análise Dinâmica de Estruturas Reticuladas" - COPPE/UFRJ (1982).